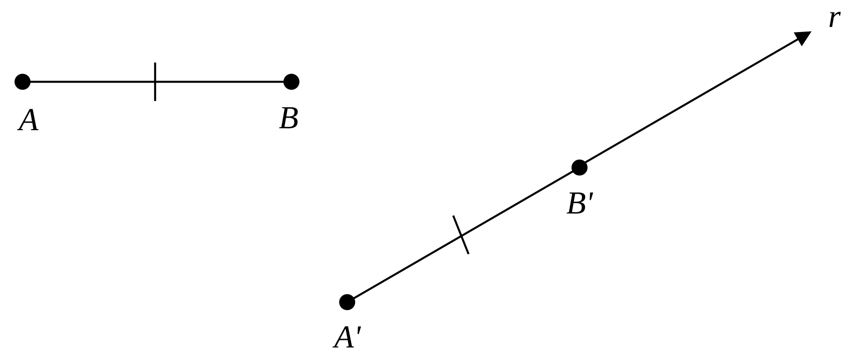
אקסיומות החפיפות

נזכיר ש"חופף" הוא האחרון מהמונחים הבלתי מוגדרים, או שזה יחס בין קטעים או זה שיחס בין זוויות. אנחנו רגילים לחפיפות בתור יחס בין משולשים, אבל אפשר עכשיו להגדיר את זה כך: שני משולשים חופפים אם אפשר לראות התאמה חד-חד-ערכית(one-to-one correspondence) בין הקודקודים כדי שהצלעות המתאימות חופפות והזוויות המתאימות חופפות. כשאנחנו כותבים $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ אנחנו מתכוונים שמתקיימים היחסים הבאים:

$$(1)\ AB \cong A'B' \quad (2)\ AC \cong A'C' \quad (3)\ BC \cong B'C'$$
$$(4)\ \sphericalangle A = \sphericalangle A' \quad (5)\ \sphericalangle B = \sphericalangle B' \quad (6)\ \sphericalangle C = \sphericalangle C'$$

<u>אקסיומה C-1</u> אם A וְ- B - נקודות שונות ואם A' נקודה כלשהי, אז עבור כל קרן r שנובע מֵ- A' יש נקודה יחידה B' על r כך שֶׁ- $B' \neq A'$ וְ- $AB \cong A'B'$.

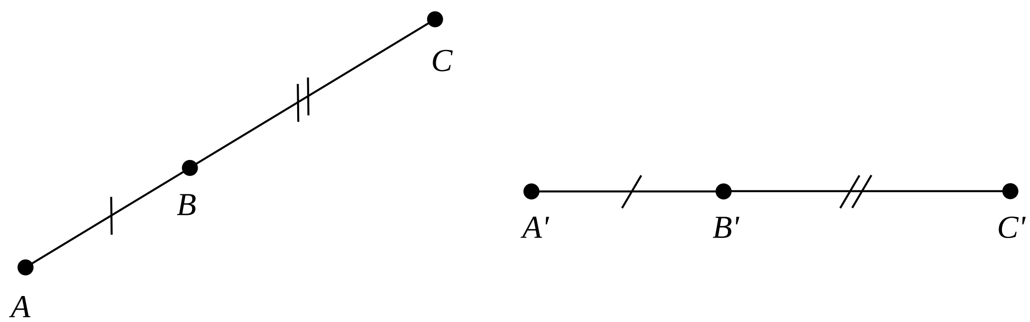


לפי אינטואיציה, האקסיומה אומרת שאפשר ל"הזיז" את הקטע AB כדי שהוא מונח על הקרן r אם A על A', B על B'.

<u>אקסיומה C-2</u> אם $AB \cong CD$ וְ- $AB \cong EF$, אז $CD \cong EF$. יתרה מזו, **<u>כל קטע חופף לעצמו</u>**.

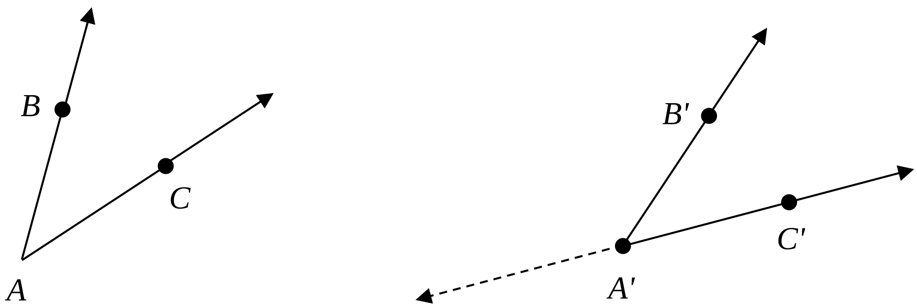
האקסיומה הזו מחליפה את "הרעיון הנפוץ הראשון" של אוקלידס, מפני שהיא אומרת שקטעים חופפים לאותו קטע הם חופפים אחד לשני. היא גם מחליפה את "הרעיון הנפוץ הרביעי", מפני שהיא אומרת שקטעים שמונחים בדיוק אחד על השני הם חופפים.

<u>אקסיומה C-3</u> אם $A*B*C$, $A'*B'*C'$, $AB \cong A'B'$, וְ- $BC \cong B'C'$, אז $AC \cong A'C'$.



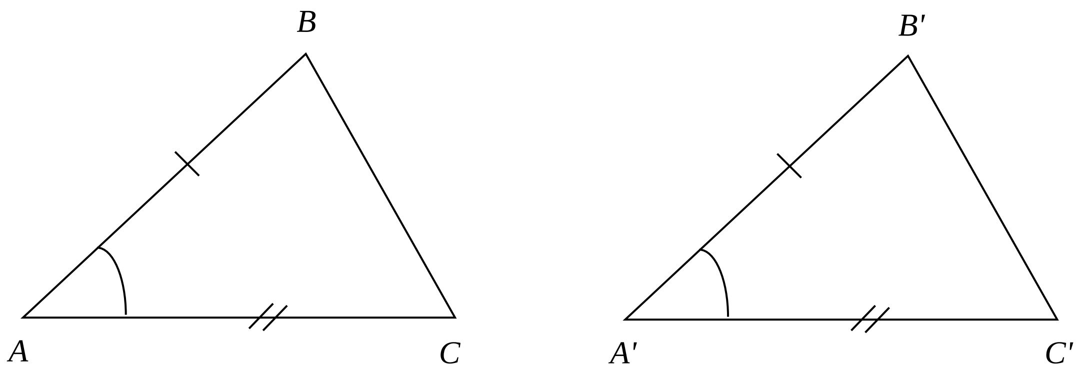
האקסיומה הזו מחליפה את "הרעיון הנפוץ השני", מפני שהיא אומרת שאם קטעים חופפים "מחוברים" לעוד קטעים חופפים, הסכומים חופפים (שווים). פה, "חיבור" מתכוון להצבת קטעים זה ליד זה לאורך אותו ישר

<u>אקסיומה C-4</u> נתון זווית כלשהי $\sphericalangle BAC$ ונתון כל קרן $\overrightarrow{A'B'}$ שיוצאת מנקודה A', אז יש קרן יחידה $\overrightarrow{A'C'}$ בצד נתון של ישר $\overleftrightarrow{A'B'}$ כך שֶׁ- $\sphericalangle B'A'C' \cong \sphericalangle BAC$.



<u>אקסיומה C-5-</u> אם $\sphericalangle B = \sphericalangle A$ ו $\sphericalangle C = \sphericalangle A$, אז $\sphericalangle C = \sphericalangle B$ יתרה מזו, **<u>כל זווית חופפת לעצמה</u>**.

<u>אקסיומה C- 6(צלע-זווית-צלע = צ.ז.צ):</u> אם שתי צלעות והזווית הכלולה ביניהם במשולש אחד הן חופפות בהתאמה לשתי צלעות והזווית הכלולה ביניהם של משולש אחר, אז שני המשולשים חופפים.



וכאשר משולשים חופפים מתקיימים היחסים המפורטים בתחילת העמוד