

# בוחן לדוגמא - מבוא לתורת החבורות

25.12.2017

1. ענו על הסעיפים הבאים: (15 נקודות כל סעיף)

(א) האם קיים ב- $S_{13}$  איבר מסדר 27? האם קיים ב- $S_{13}$  איבר מסדר 24? אם כן מצאו איברים כאלו. אם לא הוכיחו שלא.

(ב) פתרו את המשוואה הבאה:  $7x = 11 \pmod{55}$ .

2. (30 נקודות) תהי  $G$  חבורה (לא בהכרח אבלית) ויהיו  $a, b \in G$ . הוכיחו:

$$o(ab) = o(ba)$$

3. (10 נקודות כל סעיף) תהי  $G$  חבורה כלשהי, ו- $H \leq G$ . נגדיר

$$N_G(H) = \{g \in G : gH = Hg\}$$

(א) הוכיחו ש- $N_G(H) \leq G$ .

(ב) הוכיחו ש- $H \subseteq G$ .

(ג) הוכיחו ש:  $H \trianglelefteq N_G(H)$ .

(ד) תנו דוגמא ל- $G$  ו- $H \leq G$  כך ש- $N_G(H) = H$ .

(ה) (בונוס) הוכיחו או הפריכו: אם  $H, K \leq G$ , אזי

$$N_G(H \cap K) = N_G(H) \cap N_G(K)$$

בהצלחה!