

# לוגיקה - תרגיל בית 17

## תרגיל 1

- א. קבעו אילו מבין הרצפים הבאים הם נב"כים.  
 ב. אם קבעתם שרצף כלשהו הוא נב"כ, קבעו מהו הטווח של כל כמת נב"כ זה (במידה ויש כמת), וקבעו לגבי כל מופע של משתנה האם הוא חופשי או קשור.  
 ג. לגבי כל רצף שהוא כן נב"כ, קבעו האם הוא פסוק או לא (נמקו היטב!).

1.  $Ax \rightarrow Bx$
2.  $Lbc \rightarrow Lxy$
3.  $\exists x \exists y Lxy$
4.  $\forall z \neg Azb$
5.  $\forall x Ab \wedge Ac$
6.  $\forall x (x \rightarrow y)$
7.  $\forall x \neg xA$
8.  $\exists Lx$
9.  $Bx \rightarrow \exists x Cxy$
10.  $\forall z \forall x (Ax \vee \exists x Px \wedge Pz)$
11.  $La \rightarrow Nab$

## פתרון

פסוק	מופעים של משתנים	טווח כמת	נב"כ	
לא, כי יש מופעים חופשיים של משתנים.	שני המופעים של $x$ הם חופשיים.	אין כמת	כן	1
לא, כי יש מופעים חופשיים של משתנים.	המופעים של $x, y$ הם חופשיים.	אין כמת	כן	2
כן	המופעים של $x, y$ הם קשורים.	טווח הכמת של $\exists x$ הוא $\exists y Lxy$ ; טווח הכמת של $\exists y$ הוא $Lxy$ .	כן	3
כן	המופע של $z$ הוא קשור.	טווח הכמת של $\forall z$ הוא $\neg Azb$	כן	4
כן, אין משתנים ובפרט אין מופעים חופשיים של משתנים.	אין משתנים.	טווח הכמת של $\forall x$ הוא $Ab$	כן	5
-	-	-	לא, שכן " $x$ " זה לא נב"כ (זה מתשנה, ומשתנה בפני עצמו הוא לא נב"כ).	6
-	-	-	לא, שכן המשתנה צריך להיות מימין לפרדיקט, ולא משמאלו.	7

-	-	-	8	לא, שכן אחרי כמת צריך לבוא משתנה ולא פרדיקט.
לא, כי יש מופעים חופשיים של משתנים.	המופע הראשון של $x$ הוא חופשי; המופע השני של $x$ הוא קשור; המופע של $y$ הוא חופשי.	טווח הכמת של $\exists x$ הוא $Cxy$	9	כן
-	-	-	10	לא, שכן בסוגריים יש ביטוי מהצורה $p \wedge q \vee r$ וזה לא נב"כ.
כן, אין משתנים ובפרט אין מופעים חופשיים של משתנים.	אין משתנים.	אין כמת	11	כן

## שאלה 2

הצרינו את המשפטים הבאים (המילון נמצא בסוף השאלה):

1. כל הספורטאים הם חינניים.  
 $\forall x(Sx \rightarrow Hx)$
2. ספורטאים אחדים אינם חינניים.  
 $\exists x(Sx \wedge \neg Hx)$
3. רק הספורטאים הם חינניים.  
 $\forall x(Hx \rightarrow Sx)$
4. קיימים קנגורואים גדולים.  
 $\exists x(Kx \wedge Gx)$
5. ישנם דברים גדולים שאינם קנגורואים.  
 $\exists x(Gx \wedge \neg Kx)$
6. חלק מהמכוניות הן שימושיות ונוחות.  
 $\exists x(Cx \wedge (Ux \wedge Nx))$
7. יש מכוניות שהן שימושיות אבל לא נוחות.  
 $\exists x(Cx \wedge (Ux \wedge \neg Nx))$
8. לא כל מה ששימושי הוא נוח.  
 $\exists x(Ux \wedge \neg Nx)$
9. כל מה שנוח הוא שימושי.  
 $\forall x(Nx \rightarrow Ux)$
10. כל המכוניות הן או שימושיות או נוחות. [שימו לב ל"או" מוציא!]  
 $\forall x(Cx \rightarrow (\neg Ux \leftrightarrow Nx))$
11. אף מכונית אינה שימושית.  
 $\forall x(Cx \rightarrow \neg Ux)$

12. יש מכוניות גדולות ונוחות.

$$\exists x(Cx \wedge (Gx \wedge Nx))$$

13. רק המכוניות הגדולות הן שימושיות.

$$\forall x((Cx \wedge Ux) \rightarrow Gx)$$

14. כל הקנגורואים הם ספורטאים חניניים.

$$\forall x(Kx \rightarrow (Sx \wedge Hx))$$

15. לא כל הספורטאים החניניים הם קנגורואים.

$$\exists x((Sx \wedge Hx) \wedge \neg Kx)$$

### מילון

$x - Sx$  הוא ספורטאי

$x - Hx$  הוא חניני

$x - Kx$  הוא קנגורו

$x - Gx$  הוא גדול

$x - Cx$  הוא מכונית

$x - Ux$  הוא שימושי

$x - Nx$  הוא נוח