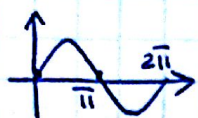


תרגיל 8 - פתרון

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin x} = 1$$

שאלה 1: (א) ראשית נמצא פונק' אבול: $\sin x > 0, x \in (0, \pi)$



$$\sup_{x \in (0, \pi)} |f_n(x) - 1| = \sup_{x \in (0, \pi)} |\sqrt[n]{\sin x} - 1| = 1 \neq 0$$

ועם כן שדענו את ההתכנסות בא"ש.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1+n^2 x^2} = 0$$

$$\sup_{x \in (0, \infty)} |f_n(x) - 0| = \sup_{x \in (0, \infty)} \frac{1}{1+n^2 x^2} = 1 \neq 0$$

ועם כן אין התכנסות בא"ש.

$$\frac{x}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{x}{n}}{\frac{x}{n}} = 1$$

נשדע התכנסות בא"ש: (ג)

$$\sup_{x \in (0, \infty)} |f_n(x) - 1| \geq \sup_{x \in (0, \infty)} \left| \frac{n \cdot \sin n\pi}{n\pi} - 1 \right| = 1 \neq 0$$

נבחר $x_n = n\pi$

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{nx-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{e^{1-x}} \right)^n \text{ הינה אבול פונק' אבול (ד)}$$

מכיון ש- $e^{1-x} > 1$ דעם $0 < x < 1$

הערה: אם היה ניתן קטע עבור $[0, 1]$, $x=1$ היה מתקבל אבול אחר ובכך היתה נשללת ההתכנסות בא"ש.

$$\sup_{x \in (0, 1)} |f_n(x) - f(x)| \geq |f_n(x_n) - f(x_n)| = \left(\exp \left[n \left(1 - \frac{1}{n} - 1 \right) \right] - 0 \right) = e^{-1} \neq 0$$

$x_n = 1 - \frac{1}{n}$ נק' סדר נק'

ועם כן אין התכנסות בא"ש.

