

מבוא לתורת החבורות תרגיל 7 תשע"ח.

1. בחבורה D_4 חשבו:

$$(\sigma^3)(\tau\sigma^2)^3(\sigma^{-2})$$

2. מצאו את כל הסדרים האפשריים של איברים ב D_n .

3. הוכיחו/הפריכו:

$$D_3 \cong S_3 \quad (\text{א})$$

$$D_6 \cong A_4 \quad (\text{ב})$$

4. יהי $n \geq 3$ טבעי. הוכיחו:

$$Z(D_n) = \langle \sigma^{\frac{n}{2}} \rangle \quad \text{אם } n \text{ זוגי אז}$$

$$Z(D_n) = \{e\} \quad \text{אם } n \text{ אי זוגי}$$

5. מצאו את כל תתי החבורות של D_4 . מי מהן נורמלית?

6. בתרגיל הבא נתונות חבורות ותת חבורות נורמליות, ועליכם לחשב סדרים של איברים.

(א) $G = \mathbb{Z}$ ו $H = 20\mathbb{Z}$? מה הסדר של $3 + H$? $5 + H$? $2 + H$?

(ב) $G = \mathbb{Z}_{20}$, $H = \langle 5 \rangle$. חשבו את הסדרים של כל האיברים ב G/H .

(ג) $G = U_{15}$, $H = \langle 4 \rangle$. חשבו את הסדרים של כל האיברים ב G/H .

7. הוכיח שבחבורה \mathbb{Q}/\mathbb{Z} כל איבר מסדר סופי, וכן לכל מספר טבעי קיים איבר מהסדר הזה.

8. נסמן $\mathbb{R}^\times = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. לאיזה חבורה מוכרת איזומורפי $\mathbb{R}^\times / \mathbb{R}_+^\times$?