

05.02.18

88-112 אלגברה לינארית 1 – מבחן דמה – מועד א'

מרצה: ארז שיינר

מתרגלת: עדי בן-צבי

אורך המבחן: 3 שעות.

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

הוראות:

- יש לענות על כל 5 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 110 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

ניקוד	שאלה
	1
	2
	3
	4
	5
	סה"כ

חלק א'

1. (28 נק') קבעו והוכיחו בכל סעיף האם קיימת העתקה לינארית:

א. $\ker(T) = \text{Im}(T)$ כן ש $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

ב. $\ker(T) = \text{Im}(T)$ כן ש $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$.

ג. $T^3 = -T$ וגם $T \neq 0$ כן ש $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

ד. $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ כן ש $T \neq 0, I$ ולכל $v \in \mathbb{R}^3$ מתקיים $Tv = v$ או $Tv = 0_{\mathbb{R}^3}$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

2. (12 נק') תהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ עבורה $R(A) \subseteq C(A)$. הוכיחו/הפריכו: A סימטרית.

דף נוסף לשאלה מספר _____

3. (25 נק') תהי מטריצה ממשית $A = \begin{pmatrix} 1 & a & t \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- א. מצאו לאילו ערכי a, t המטריצה A הפיכה.
ב. מצאו לאילו ערכי a, t מתקיים כי $(1, 1, 2) \notin C(A)$.
ג. הוכיחו כי לכל ערכי a, t מתקיים כי $C(A) \cap R(A) \neq 0$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____

4. (25 נק') תהי העתקה לינארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ויהיו

$C = \{(1, 0, -1), (0, 1, 1), (2, 0, 1)\}$ בסיסים סדורים $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$

ל \mathbb{R}^3 .

נתון כי $[T]_C^B = I$

- א. מצאו בסיס ומימד ל $\text{Im}(T)$.
- ב. מצאו בסיס ומימד ל $\text{ker}(T)$.
- ג. מצאו נוסחה מפורשת עבור $T(x, y, z)$.
- ד. הוכיחו כי T הפיכה ומצאו נוסחה מפורשת עבור $T^{-1}(x, y, z)$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

5. (20 נק') יהיו שני מרחבים וקטוריים

$$W = \{p(x) \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(x) = x(ax+b) + 2a\}, \quad U = \{p(x) \in \mathbb{R}_2[x] \mid p(1) = 0\}$$

מצאו בסיס ומימד ל $U, W, U+W, U \cap W$

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____