

לאורך תרגיל זה, על מנת להשוות עוצמות יש למצוא פונקציות בהתאם להגדרה ולא להשתמש במשפטי אריתמטיקה

1. הוכח/הפוך: אוסף כל המילים האפשריות (צירוף סופי כלשהו של אותיות בעברית) הינו בן מנייה.
2. הוכח שלא קיימת פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ קיים $0 < \varepsilon_x \in \mathbb{R}$ כך שלכל $y > x$ מתקיים $f(y) - f(x) > \varepsilon_x$. (תזכורת: בין כל שני ממשיים יש מספר רציונאלי).
3. תהי A קבוצה אינסופית הוכח שקיימת לה תת קבוצה אמיתית $B \subseteq A$, $B \neq A$ כך ש $|A| = |B|$
4. תהי A בת מנייה, הוכח כי $A \times A$ בת מנייה (מותר להניח את הטענה שהוכחנו בשיעור כי $|\mathbb{N}| = |\mathbb{N} \times \mathbb{N}|$).
5. תהי A מעוצמת \aleph ותהי B כלשהי מעוצמת \aleph_0 . הוכח ש $|A \setminus B| = \aleph$ (רמז: בטח יש ב A עוד איזה קבוצה בת מנייה איפשהו).
6. הוכח ש $|(0,1)| = |[0,1]|$