

1. פתרו: $(5-5i)z^3 = (3i+1)(-2+i)$ (10 נק')
2. מצאו עבור איזה a למע' הבאה : א. אין פתרון. ב. א"ס פתרונות. ג. פתרון יחיד. עבור המקרה של א"ס פתרונות יש להציב ולמצוא פתרון כללי :

$$(10 נק') \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & a \\ 1 & 3 & a^2-2 & a^2+2a-2 \end{array} \right)$$

אני סומכת עליכם שתדעו לבד....

4. יהיו $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ הוכיחו או הפריכו : (30 נק')
- א. אם קיים למע' $A^T x = 0$ פתרון לא טריוויאלי אזי A הפיכה.
- ב. אם המכפלה AB הפיכה אזי כל אחת מהמטריצות A, B - הפיכה.
- ג. אם $B^3 - 3B^2 + 7B = 0$ אזי B הפיכה.

פתרון :

- א. לא נכון – אם קיים פתרון לא טריוויאלי זה אומר ש- A^T אינה הפיכה (יש משתנה חופשי).
- היות ולמדנו ש אם A הפיכה מתקיים : $AA^{-1} = I$ ולכן אם נפעיל שחלוף על שני האגפים : $(AA^{-1})^T = I^T$ או במילים אחרות $A^T = (A^{-1})^T$ ולכן גם A^T הפיכה...?? בסתירה לנתון ש- A^T אינה הפיכה, ולכן A אינה הפיכה!!!
- ב. נכון – הוכחנו בכיתה.

- ג. לא נכון : $B^3 - 3B^2 + 7B = 0$ גורר ש : $B(B^2 - 3B + 7I) = 0$ כלומר קיימת מטריצה C שאיננו יודעים עליה מידע כלשהו המקיימת ש $B(\underbrace{B^2 - 3B + 7I}_C) = 0$ ולכן אם מתקיים ש $C = B^2 - 3B + 7I \neq 0$ אזי B היא מחלקת אפס ולכן איננה הפיכה!!!

$$6. \text{ הוכיחו כי אם } A \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \text{ המקיימת ש: } A \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

אזי למערכת $Ax = 0$ יש א"ס פתרונות. (15 נק')

- פתרון : שימו לב שיש לנו שני וקטורים שונים המקיימים : $A(v_1, v_2) = (b, b)$
- לפי כפל עמודה עמודה : $(Av_1, Av_2) = (b, b)$ כלומר : $Av_1 = b, Av_2 = b$
- ולכן $A(v_1 - v_2) = b - b = 0$ ולכן מצאנו וקטור המקיים $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- והיות ומצאנו פתרון שאינו טריוויאלי למערכת ההומוגנית- יש א"ס פתרונות.