וקטורים

וקטור יחידה: $\hat a = \vec a/|a|$ $\quad \hat a\cdot\hat b=\cos\alpha$

גודל וקטור: $a\equiv|\vec a|=\sqrt{\vec a\cdot\vec a}=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

היטל וקטור $\vec a$ על $\vec b$: $(\vec a\cdot\hat b)\hat b$

חיבור וקטורים: $|\vec a+\vec b|=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\gamma}$

מכפלה סקלרית: $\vec a\cdot\vec b = ab\cos\alpha = a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

וקטורים מאונכים: $\vec a\cdot\vec b=0 \Leftrightarrow \vec a\perp\vec b$

וקטורים מקבילים: $\vec a\cdot\vec b = ab \Leftrightarrow \vec a\parallel\vec b$

פילוג: $(\vec A\cdot\vec B)\cdot\vec s = \vec A\cdot\vec s+\vec B\cdot\vec s$

קיבוץ: $(\alpha\vec A)\cdot\vec B = \vec A\cdot(\alpha\vec B)=\alpha(\vec A\cdot\vec B)$

חילוף: $\vec A\cdot\vec B=\vec B\cdot\vec A$

מכפלה וקטורית:

$$\vec c=\vec a\times\vec b = \begin{vmatrix}\hat x & \hat y & \hat z\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix} \qquad |\vec a\times\vec b|=ab\sin\alpha$$

כאשר $\vec a,\vec b$ מאונכים, הוקטור החדש יהיה מאונך לשניהם ואפשר למצוא את כיוונו בעזרת כלל יד ימין.

וקטורים מקבילים: $\vec a\times\vec b=0\Leftrightarrow \vec a\parallel\vec b$

אנטי חילוף: $\vec A\times\vec B=-\vec B\times\vec A$

וכן פילוג וקיבוץ בדומה למכפלה סקלרית.

אופרטורים וקטוריים:

גרדיאנט: $\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\right)$

דיברגנס: $\vec\nabla\cdot\vec F=\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$

קרל: $\vec\nabla\times\vec F=\begin{vmatrix}\hat x & \hat y & \hat z\\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$

תנועה קווית

מהירות: $\vec v=\frac{d\vec r}{dt}$

תאוצה: $\vec a=\frac{d\vec v}{dt}=\frac{d^2\vec r}{dt^2}=\frac{dv}{dr}v$

מהירות (תאוצה קבועה): $\vec v=\vec v_0+\vec a t$

מרחק (תאוצה קבועה): $\vec r=\vec r_0+\vec v_0t+\frac12\vec at^2$

בתאוצה קבועה בכיוון המהירות: $v(t)^2-v_0^2=2a[x(t)-x_0]$

תנועה מעגלית

אנלוגיות	תנועה קווית	תנועה מעגלית
מרחק \ זווית	$\vec x$	$\vec\theta$
מהירות \ מהירות זוויתית	$\vec v$	$\vec\omega,\dot{\vec\theta}$
תאוצה \ תאוצה זוויתית	$\vec a$	$\vec\alpha,\ddot{\vec\theta}$
מסה \ מומנט התמד	m	I
כוח \ מומנט כוח	$\vec F=m\vec a$	$\tau=I\vec\alpha$
אנרגיה קינטית	$E_k=\frac12mv^2$	$\frac12I\omega^2$
תנע \ תנע זוויתי	$\vec P=m\vec v$	$\vec L=I\vec\omega$

מהירות משיקית: $\vec v=\vec\omega\times\vec r \quad v=\omega r=v\hat u_T$

תאוצה רדיאלית: $a_R=v^2/R=\omega^2R=vd\hat u_T/dt$

תאוצה משיקית: $a_T=\alpha r=\hat u_Tdv/dt$

תאוצה זוויתית: $\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$

זמן מחזור ותדירות: $T=\frac{2\pi R}{v}=\frac{2\pi}{\omega} \quad f=\frac1T$

טרנספורמציה לקואורדינאטות פולאריות:

$\hat r=\cos\theta\hat x+\sin\theta\hat y \qquad \hat x=\cos\theta\hat r-\sin\theta\hat\theta$

$\hat\theta=-\sin\theta\hat x+\cos\theta\hat y \qquad \hat y=\sin\theta\hat r+\cos\theta\hat\theta$

$\dot{\hat r}=-\omega\sin\omega t\hat x+\omega\cos\omega t\hat y=\omega\hat\theta=\dot\theta\hat\theta$

$\dot{\hat\theta}=-\omega\cos\omega t\hat x-\omega\sin\omega t\hat y=-\omega\hat r=-\dot\theta\hat r$

תאוצה ומהירות בקואורדינטות פולאריות:

$\vec r(t)=r\hat r$

$\vec v(t)=\dot r\hat r+r\dot\theta\hat\theta$

$\vec a(t)=[\ddot r-r\dot\theta^2]\hat r+[2\dot r\dot\theta+r\ddot\theta]\hat\theta$

מערכות יחוס

מהירות B ביחס ל-A: $\vec v_{BA}=\vec v_B-\vec v_A$

תנועה יחסית במערכת צירים סובבת (מערכת לא אינרציאלית)
O' – מערכת צירים סובבת

$\vec v=\vec v'+\vec\omega\times\vec r$

$\vec a=\vec a'+2\vec\omega\times\vec v'+\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)$

תקיפה ותנע

תנע $\vec P=m\vec v$

השינוי בתנע שווה לסכום הכוחות החיצוניים: $\frac{d\vec P}{dt}=\sum\vec F_{ext}$

במערכת חלקיקים $\vec P=M_{tot}\vec V_{cm}$

$\sum\vec F_{ext}=M\vec a_{cm}$

חוק שימור התנע – אם לא פועל כוח חיצוני על המערכת, התנע נשמר.

התנגשות אלסטית – מתקיים שימור תנע ושימור אנרגיה קינטית.

התנגשות פלסטית – מתקיים שימור תנע אך לא שימור אנרגיה קינטית (חלק הולך לחום). לאחר ההתנגשות הגופים נעים ביחד.

איבוד מסה

$\vec v_{rel}$ מהירות של המאסה היורדת ביחס לגוף (מהירות הפליטה).

$dP=(M-dM)(\vec v+d\vec v)+dM(\vec v+\vec v_{rel})-M\vec v$

$\Rightarrow\vec F_{ext}=M_{(t)}\frac{d\vec v}{dt}+\vec v_{rel}\frac{dM}{dt}$

מרכז מסה

בהתאם למקרה (חד\דו\תלת מימדי) $dm=\rho dV,\sigma dA,\lambda ds$

$X_{cm}=\frac{\sum x\cdot m}{M}=\frac{\int x\cdot dm}{\int dm}$

$V_{cm}=\frac{\sum m_i\cdot v_i}{M}$

תנע זוויתי ומומנט כוח

תנע זוויתי $\vec L=\vec r\times\vec P=m\vec r\times\vec v$

מומנט כוח $\vec\tau=\frac{d\vec L}{dt}=\vec r\times\vec F$

שימור תנע זוויתי
התנע הזוויתי נשמר כאשר אין מומנטים חיצוניים (למשל כאשר יש רק חיכוך פנימי בין חלקי המערכת). חובה לבחור נק' ייחוס אחת לחישוב לפני ואחרי.

גוף צפיד
ניתן להניח שכל הכוח החיצוני פועל במרכז המסה.
גוף צפיד מבצע תנועת העתק ותנועת סיבוב.
לכל גוף ניתן למצוא 3 צירים ראשיים, ציר סימטריה הוא ציר ראשי. אם גוף מסתובב סביב ציר ראשי אז לתנע הזוויתי יהיה רכיב רק בכיוון ציר זה.
בגוף צפיד מתקיים:

מומנט כוח בגוף צפיד: $\sum\vec\tau=I\vec\alpha$

תנע זוויתי בגוף צפיד: $\vec L=I\vec\omega$

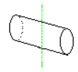
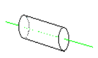
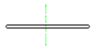
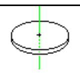
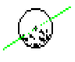
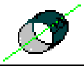
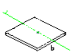
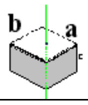
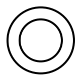
אנרגיה קינטית של גוף צפיד: $E_k=\frac12MV_{cm}^2+\frac12I\omega^2$

תנע זוויתי במע' המעבדה $\vec L_{lab}=\vec L_{cm}+M\vec r_{cm}\times\vec v_{cm}=\vec L_{cm}+I_{cm}\vec\omega$
$\vec L_{cm}$ תנע זוויתי במע' מ"מ

מומנט התמד $I=\sum m_ir_i^2=\int_V r^2dm$

משפט שטיינר: $I_A=I_{cm}+Mr_{A-cm}^2$

בש"מ מתקיים: $\sum\vec F=0 \qquad \sum\vec\tau=0$

$M\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L^2}{12}\right)$		$\frac{MR^2}{2}$	
$\frac{ML^2}{12}$		$\frac{MR^2}{2}$	
$\frac{MR^2}{4}$		$\frac{MR^2}{2}$	
$\frac25MR^2$		MR^2	
$\frac{Mb^2}{12}$		$M\frac{a^2+b^2}{12}$	
MaRvin		$\frac{M(r^2+R^2)}{2}$	

תנועת גלגול ללא החלקה

$V_{cm}=-\omega R \qquad a_{cm}=-\alpha R$

$a_{contact}=a_{cm}+\alpha R$

$v_{contact}=v_{cm}+\omega R=0$

מהירות הנקודה העליונה $v=2\omega R$

כוח החיכוך אינו מבצע עבודה ולכן אין איבוד אנרגיה

מהירות קווית של חבל על גלגל ללא החלקה: $|v|=\omega R$

בגלגול ללא החלקה יש חיכוך סטטי שגודלו משתנה.
כאשר יש החלקה, החיכוך הוא קינטי וגודלו קבוע.

בסביבון: תדירות הפרצסיה: $\Omega=d\theta/dt$

עבודה ואנרגיה

עבודה

עבודת כוח $\vec F$ לאורך העתק $d\vec s$ היא:

$W=\int_A^B\vec F\cdot d\vec s=\int_A^BF\cos\theta ds$

הספק: $P=\frac{dW}{dt}=\frac{d(\vec F\cdot d\vec s)}{dt}=F\frac{dx}{dt}=Fv$

אנרגיה קינטית
עבודה של כוח לאורך מסלול גורם לשינוי באנרגיה הקינטית של הגוף.
אנרגיה קינטית שווה בעבודה בנקודה מסוימת:

$E_k=\frac12mv^2$

אנרגיה פוטנציאלית (רק לכוח משמר)
מינוס העבודה שכוח משמר מבצע בתנועת הגוף ממישור ייחוס למיקומו. בניגוד לאנרגיה קינטית, כאן נלקחת בחשבון רק העבודה שמבצע הכוח המשמר ולא שקול הכוחות.

$U=-W=-\int_0^A\vec F\cdot d\vec s$

גרביטציה: $U=mgh$ קפיץ: $U=\frac12kx^2$

חוק שימור האנרגיה המכאנית (תחת השפעת כוח משמר)

$E_{k(A)}+U_{(A)}=E_{k(B)}+U_{(B)}$

העבודה שמבצע כוח חיצוני (לא משמר) שווה להפרש בין סה"כ האנרגיה בין המצבים:

$W_{i\to f}=E_f-E_i \qquad (E=E_k+U)$

טריק שימושי – כשיש שימור אנרגיה - $dE/dt=0$

במערכת חלקיקים, סה"כ האנרגיה הקינטית מתחלקת לאנרגיה של החלקיקים במע' מ"מ ועוד האנרגיה של תנועת מערכת מ"מ.

$E_{k\,tot}=E_{k\,cm}+\frac12MV_{cm}^2 \qquad E_{k\,cm}=\sum\frac12m_iv_i^2$

כוח משמר
1. עבודה לא תלויה במסלול
2. עבודה לאורך כל מסלול סגור = 0
3. קיימת פונקציית פוטנציאל המקיימת $\vec F=-\vec\nabla U$
4. הקרל של וקטור הכוח הוא אפס תמיד $\vec\nabla\times\vec F=0$

$\vec F=-\vec\nabla U=-\left[\hat x\frac{\partial U}{\partial x}+\hat y\frac{\partial U}{\partial y}+\hat z\frac{\partial U}{\partial z}\right]$

שדה משמר
העבודה שווה להפרש האנרגיות הפוט' בין 2 נקודות

$W=U_1-U_2$

נק' ש"מ $U'(x)=0$ ש"מ רופף $U''(x)<0$

ש"מ יציב $U''(x)>0$ ש"מ אדיש $U''(x)=0$

עבודת כוח משמר במסלול (0,0,0)>(x,0,0)>(x,y,0)>(x,y,z):

$W_F=\int\vec F\cdot d\vec s=\int(F_xdx+F_ydy+F_zdz)$

$=\int_{(x',y',z')=0}^{(x,0,0)}F_x\cdot dx'+\int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)}F_y\cdot dy'+\int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)}F_z\cdot dz'$

מסה מצומצמת

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

תנע יחסי
$$\vec{P}_1 = \mu \cdot \vec{v}_{12} \qquad \vec{P}_2 = -\mu \cdot \vec{v}_{12}$$
$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$$

אנרגיה קינטית
$$E_{k\,cm} = \tfrac{1}{2}\mu v^2{}_{12}$$

תנועה הרמונית

תנועה מחזורית פשוטה
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$
$$x = \tilde{A}\cos(\omega_0 t + \varphi) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$$

תנועה מרוסנת
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

ריסון חלש $\omega_0^2 > \gamma^2$
$$x = e^{-\gamma t}\left[A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)\right]$$

ריסון חזק $\omega_0^2 < \gamma^2$
$$x = c_1 e^{(-\gamma+\omega)t} + c_2 e^{(-\gamma-\omega)t}$$

ריסון קריטי $\omega_0^2 = \gamma^2$
$$x = c_1 e^{-\gamma t} + c_2 t e^{-\gamma t}$$

תנועה מאולצת
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega_f t)$$
$$x_p = \tilde{A}\cos(\omega_f t + \varphi) = A\sin(\omega_f t) + B\cos(\omega_f t)$$

אמפליטודה בולעת
$$A = \frac{F_0}{m}\frac{2\gamma\omega_f}{\left({\omega_0}^2 - {\omega_f}^2\right)^2 + \left(2\gamma\omega_f\right)^2}$$

הקבוע האלסטי (אין לו הפסד)
$$B = \frac{F_0}{m}\frac{{\omega_0}^2 - {\omega_f}^2}{\left({\omega_0}^2 - {\omega_f}^2\right)^2 + \left(2\gamma\omega_f\right)^2}$$

האמפליטודה של הפאזור
$$\tilde{A} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\left[\left({\omega_0}^2 - {\omega_f}^2\right)^2 + \left(2\gamma\omega_f\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

זווית הפאזה של הפאזור
$$\varphi = \tan^{-1}\frac{2\gamma\omega_f}{{\omega_0}^2 - {\omega_f}^2}$$

תדירות הרזוננס - אמפליטודה מקס'
$$\omega_f = \omega_{res} = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\cdot\gamma^2}$$

רוחב הרזוננס
$$\Delta\omega = 2\gamma\frac{\omega_0}{\omega_{res}}$$
$$A\left(\omega_{res} \pm \Delta\omega\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}A_{\max}\left(\omega_{res}\right)$$

אנרגיה בתנועה מחזורית פשוטה

האנרגיה הכוללת נשמרת. האנרגיה הפוטנציאלית והקינטית הפוכות זו לזו, כשאחת מקסימאלית השנייה מינימאלית.

אנרגיה קינטית ופוטנציאלית
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad E_k = \tfrac{1}{2}k\dot{x}^2$$

סה"כ האנרגיה
$$E = U + T = \tfrac{1}{2}kA^2 = const$$

אנרגיה בנקודת ש"מ:
$$E_k = \tfrac{1}{2}kA^2$$

האנרגיה בריסון חלש:

האנרגיה בריסון חלש מאוד היא ביחס לאמפליטודה בריבוע ודועכת אקספוננציאלית
$$E(t) = E_0 e^{-2\gamma t}$$

פוטנציאל של מסה יחידה התלוי במיקום (y)

תדירות התנודות הקטנות סביב נק' ש"מ y_0
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m}\frac{d^2U}{dy^2}(y_0)}$$

מהירות:
$$v = \pm\sqrt{\omega^2\left(A^2 - x^2\right)}$$

כאשר גוף שמחובר לקפיץ מקבל מכה חד פעמית: $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA^2$

שיטה נוספת למציאת תדירות תנודות: ניתן לפתח את פונקצית הפוטנציאל בטור עד סדר שני ($\dot{U}(x) = 0$ וכי זה נקודת ש"מ). הביטוי לאנרגיה הכוללת הוא $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + U(x)$. גוזרים ומשווים ל-0 ואז פותרים משד"צ ל- $\ddot{x}$ ומקבלים את ω

נוזלים

כוח החיכוך על גוף כדורי בנוזל בעל מקדם צמיגות η
$$\vec{f} = -\kappa\eta\vec{v} \qquad \kappa_{ball} = 6\pi r$$

כוח עילוי כאשר M_f היא מסת הנוזל שנדחה
$$\vec{B} = M_f g\hat{y} = \rho_{Liquid} V g\hat{y}$$

נוסחאות כלליות

שטח מעטפת כדורית: $4\pi r^2$ נפח כדור: $(4/3)\cdot\pi r^3$

חיבור קפיצים בטור: $\frac{1}{k_{tot}} = \sum\frac{1}{k_i}$ במקביל: $k_{tot} = \sum k_i$

קירוב טיילור (x << 1)

$$\sin\theta \approx \theta \qquad (1+x)^n \approx 1 + nx$$
$$\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2 \qquad \ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2$$

קואורדינאטות גליליות

היעקוביאן: $J = \rho$

$$x = \rho\cos\varphi \qquad \hat{x} = \hat{\rho}\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi$$
$$y = \rho\sin\varphi \qquad \hat{y} = \hat{\rho}\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi$$
$$z = z \qquad \hat{z} = \hat{z}$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \hat{\rho} = \hat{x}\cos\varphi + \hat{y}\sin\varphi = (x\hat{x} + y\hat{y})/r$$
$$\varphi = \arctan(y/x) \qquad \hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi = (-y\hat{x} + x\hat{y})/r$$
$$z = z \qquad \hat{z} = \hat{z}$$

קואורדינאטות כדוריות

היעקוביאן: $J = r^2\sin\theta$

$$x = r\sin\theta\cos\varphi \qquad \hat{x} = \hat{r}\sin\theta\cos\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\cos\varphi - \hat{\varphi}\sin\varphi$$
$$y = r\sin\theta\sin\varphi \qquad \hat{y} = \hat{r}\sin\theta\sin\varphi + \hat{\theta}\cos\theta\sin\varphi + \hat{\varphi}\cos\varphi$$
$$z = r\cos\theta \qquad \hat{z} = \hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \hat{r} = \hat{x}\sin\theta\cos\varphi + \hat{y}\sin\theta\sin\varphi + \hat{z}\cos\theta$$
$$\theta = \arctan\left(\sqrt{x^2 + y^2}/z\right) \qquad \hat{\theta} = \hat{x}\cos\theta\cos\varphi + \hat{y}\cos\theta\sin\varphi - \hat{z}\sin\theta$$
$$\varphi = \arctan(y/x) \qquad \hat{\varphi} = -\hat{x}\sin\varphi + \hat{y}\cos\varphi$$

אינטגרלים

$$\int\sqrt{x^2 + a^2} = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)$$
$$\int\frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x \qquad \int\frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x$$
$$\int\tan x\,dx = -\ln|\cos x| \qquad \int\cot x\,dx = \ln|\sin x|$$
$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} \qquad \int\frac{1}{a^2 + x^2}dx = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)$$
$$\int\frac{1}{a^2 - x^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| \qquad \int\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}dx = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right)$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| \qquad \int\frac{1}{1 - x^2}dx = \tanh^{-1}x$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}dx = \sin^{-1}x \qquad \int -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}dx = \cos^{-1}x$$
$$\int\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}dx = \sinh^{-1}x \qquad \int\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}dx = \cosh^{-1}x$$
$$\int\frac{x^2dx}{\sqrt{a^2x^2 + b^2}} = \frac{x}{2a^2}\sqrt{a^2x^2 + b^2} - \frac{b^2}{2a^3}\sinh^{-1}(ax/b)$$
$$\int\frac{dx}{\left(a^2x^2 + b^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{b^2\sqrt{a^2x^2 + b^2}} \qquad \int\ln x\,dx = x(\ln x - 1)$$
$$\int\sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}(x - \sin x\cos x) \qquad \int\cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}(x + \sin x\cos x)$$
$$\int\sin^n x\,dx = -\frac{1}{n}\cos x\sin^{n-1}x + \frac{n-1}{n}\int\sin^{n-2}x\,dx$$
$$\int\cos^n x\,dx = \frac{1}{n}\sin x\cos^{n-1}x + \frac{n-1}{n}\int\cos^{n-2}x\,dx$$
$$\int\sinh^2 x\,dx = \frac{1}{2}(\sinh x\cosh x - x) \qquad \int\cosh^2 x\,dx = \frac{1}{2}(\sinh x\cosh x + x)$$

משד"צים

שיטה לפתרון משד"צים
$$\ddot{x} = \dot{x}\cdot f(x) \qquad \left(\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = \dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx}\right)$$
$$\Rightarrow \dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = \dot{x}\cdot f(x) \Rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = f(x)$$

משד"צ ליניארית מסדר 1
$$y' + P(x)y = G(x) \to \mu = e^{\int Pdx} \to y = 1/\mu\left[\int G\mu dx + C\right]$$

משד"צ ליניארית מסדר 2
$$ay'' + by' + cy = 0$$
$$am^2 + bm + c = 0$$
$$m_1 \neq m_2 -> y = C_1e^{m_1x} + C_2e^{m_2x}$$
$$m_1 = m_2 -> y = C_1e^{mx} + xC_2e^{mx}$$
$$m = \alpha \pm \beta i -> y = e^{\alpha x}(C_1\sin\beta x + C_2\cos\beta x)$$

מציאת $\dot{y}$ כפונקציה של y:
$$\ddot{y} = y \to \dot{y}\ddot{y} = y\dot{y} \to d/dx\left(\dot{y}^2\right) = d/dx\left(y^2\right)$$
$$\dot{y}^2 = y^2 + C$$

זהויות טריגונומטריות

$$\sin(\pi \pm x) = \mp\sin x\ ;\ \cos(\pi \pm x) = -\cos x$$
$$\sin\left(\tfrac{\pi}{2} \pm x\right) = \cos x\ ;\ \cos\left(\tfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$
$$\sin(-x) = -\sin x\ ;\ \cos(-x) = \cos x$$
$$\tan(90 - \alpha) = \cot\alpha \qquad \cot(90 - \alpha) = \tan\alpha$$
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$1 + \tan^2\alpha = 1/\cos^2\alpha \qquad 1 + \cot^2\alpha = 1/\sin^2\alpha$$
$$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$
$$\tan(2\alpha) = 2\tan\alpha/(1 - \tan^2\alpha)$$
$$\sin(3\alpha) = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$
$$\cos(3\alpha) = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$
$$\sin(A \pm B) = \sin(A)\cos(B) \pm \cos(A)\sin(B)$$
$$\cos(A \pm B) = \cos(A)\cos(B) \mp \sin(A)\sin(B)$$
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin(\alpha/2 + \beta/2)\cos(\alpha/2 - \beta/2)$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin(\alpha/2 - \beta/2)\cos(\alpha/2 + \beta/2)$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos(\alpha/2 + \beta/2)\cos(\alpha/2 - \beta/2)$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin(\alpha/2 - \beta/2)\sin(\alpha/2 + \beta/2)$$
$$\sin\alpha\cos\beta = 1/2\left(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\right)$$
$$\sin\alpha\sin\beta = 1/2\left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right)$$
$$\cos\alpha\cos\beta = 1/2\left(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\right)$$
$$\arcsin\alpha + \arccos\alpha = \pi/2$$

משפט הקוסינוסים והסינוסים
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

פתרונות לתרגילים וטריקים

מסלול של תנועה בליסטית בזווית
$$y(\theta) = x[tg\theta] - x^2\left[\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}\right]$$

זריקה בליסטית מגובה h הנותנת מרחק מקס'
$$tg\theta = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} \qquad X_{\max} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

בכדה"א – הפיתוח לפי קואורדינאטות כדוריות:
$$\vec{\omega} = \omega\hat{z} = (\omega\sin\theta)\hat{r} + (\omega\cos\theta)\hat{\theta}$$

לכן התאוצה הצנטריפוגלית:
$$\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) = \left(-\omega^2 r\cos^2\theta\right)\hat{r} + \left(\omega^2 r\cos\theta\sin\theta\right)\hat{\theta}$$

כאשר r הוא המרחק מציר הסיבוב.

במערכת כדור הארץ (הלא-אינרציאלית) התאוצה הצנטריפוגלית היא כוח מדומה בכיוון ההפוך. ומכאן:

התיקון לתאוצת הכובד:
$$\vec{g}\,' = \vec{g} + \Delta\vec{g} = \left(-g + \omega^2 R_E\cos^2\theta\right)\hat{r}$$

כלומר תאוצת הכובד קטנה. בפתרון משוואת תנועה מזניחים את התיקון לתאוצת הכובד שכן הוא תיקון מסדר שני.

בזריקה אנכית ($\hat{r}$) תאוצת קוריוליס:
$$2\vec{\omega}\times\vec{v}\,' = 2\omega v'\cos\theta\hat{\varphi}$$

כוח הסטייה:
$$\vec{F} = -m\omega^2 R_E\sin\theta\cos\theta\hat{\theta} - 2m\omega v'\cos\theta\hat{\varphi}$$

כלומר פועל כוח מדומה הגורם לסטייה דרומה, ומערבה. ההנחה היא שהסטייה קטנה מאוד ולכן הזווית θ (קו הרוחב) לא משתנה!

רכיב חסר מסה – בתרגיל, אפשר להניח שסכום הכוחות עליו הוא אפס.

חישוב אנרגיה במערכות נעות – מותר לעבור למערכת אינרציאלית (נעה במהירות קבועה), לנוחיותנו. חוקי שימור האנרגיה והתנע תקפים בה.