

תרגיל 5:

1. חשב את האינטגרלים המסוימים הבאים:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (\sin x \cdot \sqrt{1 - \cos x}) dx \quad \text{א.}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (\arcsin x) dx \quad \text{ב.}$$

$$\int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx \quad \text{ג.}$$

2. תהי $f(x)$ פונקציה רציפה. הוכח כי: $\int_0^{\pi} x \cdot f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^{\pi} f(\sin x) dx = \pi \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$

$$\int_0^{\pi} \frac{x \cdot \sin x}{1 + \sin^2 x} dx \quad \text{היעזר בכך כדי לחשב את}$$

3. חשב את השטח המוגבל בין הפונקציות הבאות:

$$\text{א. } g(x) = 28 - x^2, \quad f(x) = x^4 + 2x^2,$$

$$\text{ב. } f(x) = e^{3x}, \quad h(x) = 4e^x, \quad g(x) = e^{2x}$$

4. ישר העובר דרך הראשית, מחלק את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + 4x$

וציר ה- X , ברביע הראשון, לשני חלקים שווים.

מצא את משוואת הישר ואת נקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

5. חשב את אורך הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$\text{א. בתחום } 0 \leq x \leq 1 \quad f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\text{ב. בתחום } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \quad f(x) = \ln(\cos x)$$

6. השטח שבין גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$, ציר y , ציר x והישר $x = \pi$, מסתובב ציר x (ואחר כך סביב y). בכל אחד מהמקרים, מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

7. השטח שבין גרף הפונקציה $f(x) = x^2$ לציר x , בתחום $-1 \leq x \leq 2$, מסתובב סביב ציר x וכמו כן סביב ציר y . מהו נפח גוף הסיבוב הנוצר סביב כל אחד מהצירים. (היה עירני לגבי ציר ה- y)

8. רבע העיגול $x^2 + y^2 = r^2$ ברביע הראשון, מסתובב סביב ציר ה- y . הראה כי שטח הפנים של גוף הסיבוב שנוצר הוא $2\pi r^2$.

9. העיגול שרדיוסו 1 ומרכזו ב- $(0, 2)$ מסתובב סביב ציר ה- x .

איך תקרא לגוף הסיבוב שנוצר ומה נפחו?

ב ה צ ל ח ה!