* 5. ג׳נטלמנים אינם תמיד עשירים. (Gx : x הוא ג׳נטלמן; Ax : x הוא עשיר).

6. שגרירים הם תמיד מכובדים. (Sx : x הוא שגריר; Mx : x הוא מכובד).

7. שום צופה איננו מרמה לעולם. (Cx : x הוא צופה; Mx : x הוא מרמה).

8. רק רופאים מורשים יכולים לקבל על עצמם אחריות לטיפול רפואי. (Rx : x הוא רופא מורשה; Tx : x הוא אהריות לטיפול רפואי).

9. הכשות נחש הן לעתים פטליות. (Nx : x הוא הכשת נחש; Fx : x הוא פטלי).

* 10. ההצטננות הרגילה לעולם איננה פטלית. (Hx : x הוא הצטננות רגילה; Fx : x הוא פטלי).

11. ילד הצביע באצבעו לעבר הקיסר. (Yx : x הוא ילד; Hx : x הוא הצביע באצבעו לעבר הקיסר).

12. לא כל הילדים הצביעו באצבעם לעבר הקיסר (כבשאלה הקודמת).

13. לא כל הנוצץ הוא זהב. (Nx : x הוא נוצץ; Zx : x הוא זהב).

14. רק האמיצים ראויים לתהילה. (Ax : x הוא אמיץ; Rx : x הוא ראוי לתהילה).

* 15. רק אזרחים אמריקאיים רשאים להצביע בבחירות בארצות־הברית. (Ex : x הוא אזרח אמריקאי; Rx : x הוא רשאי להצביע בבחירות בארצות־הברית).

16. אזרחים אמריקאיים רשאים להצביע רק בבחירות בארצות־הברית. (Bx : x הוא בחירות שבהן אזרחים אמריקאיים רשאים להצביע; Ax : x הוא בחירות בארצות־הברית).

17. יש מדינאים הגונים. (Hx : x הוא הגון; Mx : x הוא מדינאי).

18. לא כל מועמד נתקבל לעבודה. (Mx : x הוא מועמד; Nx : x הוא נתקבל לעבודה).

19. שום מועמד לא נתקבל לעבודה (כבשאלה הקודמת).

20. שום דבר בעל־חשיבות לא נאמר. (Bx : x הוא בעל חשיבות; Nx : x הוא נאמר).

II. נסח מחדש כל אחד מהביטויים הללו עם כמת במקום סימן השלילה:

* 1. $\sim(x)[Ax \supset Bx]$

2. $\sim(x)[Cx \supset \sim Dx]$

3. $\sim(\exists x)[Ex \cdot Fx]$

4. $\sim(\exists x)[Gx \cdot \sim Hx]$

* 5. $\sim(x)[\sim Ix \vee Jx]$

6. $\sim(x)[\sim Kx \vee \sim Lx]$

7. $\sim(\exists x)[\sim(Mx \vee Nx)]$

8. $\sim(\exists x)[\sim(Ox \vee \sim Px)]$

9. $\sim(\exists x)[\sim(\sim Qx \vee Rx)]$

10. $\sim(x)[\sim(Sx \cdot \sim Tx)]$

11. $\sim(x)[\sim(\sim Ux \cdot \sim Vx)]$

12. $\sim(\exists x)[\sim(\sim Wx \vee \sim Xx)]$

IV. הוכחת תקפות

אם ברצוננו לבנות הוכחות צורניות לתקפותם של ארגומנטים אשר תקפותם תלויה במבנים פנימיים של פסוקים לא־מורכבים המופיעים בהם, אנו חייבים להרחיב את רשימת כללי ההיסק שלנו. דרושים רק ארבעה כללים נוספים, והם יוכנסו בקשר לארגומנטים אשר בשבילם הם דרושים. הבה נעיין בארגומנט הראשון שצוטט בפרק זה: ״כל האנשים הם בני־תמותה. סוקרטס הוא בן־אדם. לכן סוקרטס הוא בן־תמותה״. הוא מסומל כך:

$$(x)[Bx \supset Tx]$$
$$Bs$$
$$\therefore Ts$$

ההקדמה הראשונה טוענת את אמיתותו של הכימות הכולל של הפונקציה הפסוקית $Bx \supset Tx$. הואיל והכימות הכולל של הפונקציה הפסוקית הוא אמיתי אם ורק אם כל מקרי ההצבה שלו הם אמיתיים, נוכל להסיק מן ההקדמה הראשונה כל מקרה הצבה רצוי של הפונקציה הפסוקית $Bx \supset Tx$. במיוחד אנו יכולים להסיק את מקרה ההצבה $Bs \supset Ts$. ממנו ומן ההקדמה השנייה Bs, נגררת המסקנה Ts ישירות במודוס פוננס.

אם נוסיף לרשימת כללי ההיסק שלנו את העיקרון שכל מקרה הצבה של פונקציה פסוקית יכול להיות מוסק באופן תקף מן הכימות הכולל שלה, הרי שבאפשרותנו לתת הוכחה צורנית לתקפותו של הארגומנט הנתון בהסתמכנו על הרשימה המורחבת של דפוסי הטיעון התקפים היסודיים. כלל היסק חדש זה הוא עיקרון ההמחשה הכוללת[5], והוא מסומן בקיצור ״UI״. בהשתמשנו

5. כלל זה ושלושת הבאים אחריו הם גירסות שונות של כללי ״הדדוקציה הטבעית״, אשר גרהרד גנצן וסטניסלב יסקובסקי ניסחו אותם בשנת 1934 — כל אחד באופן עצמאי.

באות היוונית נו כדי לייצג סמל אינדיווידואלי כלשהו, מנוסח הכלל החדש כך:

$$\text{UI}: \quad \begin{array}{l} (x)\,\phi x \\ \therefore \phi \nu \end{array}$$ (ν הוא כל סמל אינדיווידואלי שהוא)

הוכחה צורנית לתקפות יכולה מעתה להיכתב כך:

1.	$(x)\,[Bx \supset Tx]$	
2.	Bs	$/ \therefore Ts$
3.	$Bs \supset Ts$	1, UI
4.	Ts	3,2, M.P.

הוספת UI מחזקת במידה ניכרת את מנגנון ההוכחה שלנו, אך דרוש יותר. הצורך בכללים נוספים השולטים בכימות מתעורר בקשר לארגומנטים כגון: "כל בני־אדם הם בני־תמותה. כל היוונים הם בני־אדם. לכן כל היוונים הם בני־תמותה". תרגומו של ארגומנט זה לשפת הסמלים יהא:

$$\begin{array}{l} (x)\,[Bx \supset Tx] \\ (x)\,[Yx \supset Bx] \\ \therefore (x)\,[Yx \supset Tx] \end{array}$$

כאן שתי ההקדמות והמסקנה הן פסוקים כלליים ולא פרטיים, הם כימותים כוללים של פונקציות פסוקיות ולא מקרי הצבה שלהן. משתי ההקדמות, דרך UI, נוכל להסיק באופן תקף את הזוגות האלה של פסוקי תנאי:

$$\begin{Bmatrix} Ya \supset Ba \\ Ba \supset Ta \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} Yb \supset Bb \\ Bb \supset Tb \end{Bmatrix}, \ldots \begin{Bmatrix} Yc \supset Bc \\ Bc \supset Tc \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} Yd \supset Bd \\ Bd \supset Td \end{Bmatrix},$$

ובעזרת שימוש רצוף בעיקרון ההיקש ההיפותטי נוכל להסיק באופן תקף את המסקנות:

$$Ya \supset Ta,\; Yb \supset Tb,\; Yc \supset Tc,\; Yd \supset Td, \ldots$$

אם a, b, c, d, ... הם כל היחידים שבעולם, נובע כי מאמיתותן של ההקד־מות אפשר להסיק באופן תקף על אמיתות כל מקרי ההצבה של הפונקציה

הפסוקית $Yx \supset Tx$. הואיל והכימות הכולל של פונקציה פסוקית הוא אמיתי אם ורק אם כל מקרי ההצבה שלו אמיתיים, נוכל להמשיך ולהסיק על אמיתות $(x)\,[Yx \supset Tx]$, שהוא המסקנה של הארגומנט הנתון.

הסעיף הקודם יכול להחשב כמכיל הוכחה לא־צורנית לתקפותו של הארגומנט הנתון, שבה מסתמכים על עיקרון ההיקש ההיפותטי ועל שני עקרונות השולטים בכימות. אולם הוכחה כזו מתארת רצפי־פסוקים שאורכם עצום: רשימות כל מקרי ההצבה של שתי הפונקציות הפסוקיות שכומתו באופן כולל בהקדמות, ורשימת כל מקרי ההצבה של הפונקציה הפסוקית אשר הכימות הכולל שלה הוא המסקנה. הוכחה צורנית איננה יכולה להכיל רצפי־פסוקים שאורכם עצום, אולי אף אין־סופי, ולכן יש למצוא איזו דרך להביע רצפים אלה שאורכם אין־סופי באיזו צורה סופית ומוגבלת.

דרך לעשות זאת מוצעת בטכניקה רגילה של המתימטיקה היסודית. מתימטיקאי, בשאפו להוכיח שכל המשולשים הם בעלי תכונה מסויימת, יכול לפתוח במלים: "יהא CBA משולש כלשהו שנבחר באורח שרירותי". ואז מתחיל האיש לחשוב על המשולש CBA, ומוכיח כי יש לו התכונה הנדונה. מכך הוא מסיק כי לכל המשולשים אותה תכונה. ועתה, מה מצדיק את מסקנתו הסופית? בהסכימנו כי המשולש CBA הוא בעל התכונה, מדוע נובע מכך כי לכל המשולשים אותה תכונה? התשובה לשאלה זו ניתנת בקלות. אם שום הנחה נוספת איננה מונחת בקשר למשולש CBA, מלבד המשולשות שלו, הרי שהסמל "CBA" יכול להתקבל כמסמן כל משולש שתרצה לחשוב עליו. ואז הארגומנט של המתימטיקאי מוכיח כי למשולש כלשהו יש התכונה הנדונה, ואם למשולש כלשהו אותה תכונה, הרי שלכל המשולשים אותה תכונה. עתה ברצוננו להכניס סימון המקביל לדיבורו של המתימטיקאי בדבר "משולש CBA כלשהו שנבחר באורח שרירותי". דבר זה ימנע את המאמץ היומרני למנות מספר עצום או אין־סופי של מקרי הצבה לפונקציה פסוקית, שכן במקום לדבר עליהם נדבר על מקרה הצבה כלשהו של הפונקציה הפסוקית.

נשתמש באות y קטנה (שעד כה לא נוצלה) כדי לסמן יחיד כלשהו שנבחר באורח שרירותי. נשתמש בה בדרך דומה לדרכו של המתימטיקאי בהשתמשו בסימן CBA. הואיל ואמיתותו של מקרה כלשהו של פונקציה פסוקית נובעת מכימותה הכולל, נוכל להסיק את מקרה ההצבה שהוא תוצאה מהמרת x ב־y, בסימן y יחיד "כלשהו שנבחר באורח שרירותי". הנה כי כן,

נוכל להתחיל כך את הוכחתנו הצורנית לתקפותו של הארגומנט הנתון:

1. $(x)[Bx \supset Tx]$
2. $(x)[Yx \supset Bx]\ /\therefore (x)[Yx \supset Tx]$
3. $By \supset Ty$ 1, UI
4. $Yy \supset By$ 2, UI
5. $Yy \supset Ty$ 4,3, H.S.

מן ההקדמות הסקנו בדרך הדדוקציה את הפסוק $Yy \supset Ty$, הטוען למעשה, הואיל ו־y מסמן "יחיד כלשהו שנבחר באורח שרירותי", לאמיתותו של מקרה הצבה כלשהו של הפונקציה הפסוקית $Yx \supset Tx$. הואיל ומקרה הצבה כלשהו הינו אמיתי, מן ההכרח שכל מקרי ההצבה אמיתיים, ומכאן שהכימות הכולל של אותה פונקציה פסוקית אמיתי גם הוא. נוכל להוסיף עיקרון זה לרשימת כללי ההיסק שלנו, ולנסחו כך: ממקרה ההצבה של פונקציה פסוקית המזכיר את שמו של יחיד כלשהו שנבחר באורח שרירותי, אפשר להסיק באופן תקף את הכימות הכולל של אותה פונקציה פסוקית. הואיל ועיקרון חדש זה מתיר לנו להכליל, דהיינו, ללכת מתוך (סוג מיוחד של) מקרה הצבה אל ביטוי מוכלל, או מכומת באופן כולל, נוכל לכנותו "עיקרון ההכללה הכוללת" ולסמנו בקיצור "UG". הוא מנוסח כך:

$$\begin{array}{ll} \phi y & \\ \therefore (x)\ \phi x & :\mathrm{UG} \end{array}$$

(y מסמן "יחיד כלשהו שנבחר באורח שרירותי")

את השורה השישית והאחרונה של ההוכחה הצורנית, שכבר התחלנו בה, נוכל עתה לכתוב (ולהצדיק):

6. $(x)[Yx \supset Tx]$ 5, UG

הבה נסקור שוב את הדיון הקודם. בהוכחתו של המתימטיקאי הונחה הנחה אחת ויחידה על CBA — שהוא משולש, ולכן מה שמוכח כאמיתי בדבר CBA מוכח כאמיתי למשולש כלשהו. בהוכחה שלנו ההנחה היחידה שהונחה בדבר y היא, שהוא יחיד. לכן מה שמוכח כאמיתי בדבר y מוכח כאמיתי ליחיד כלשהו. הסמל y הוא סמל ליחיד, אולם זהו סמל מיוחד מאוד. ניתן להכניסו להוכחה רק בעזרת השימוש בהמחשה כוללת. ורק נוכחותו מתירה את השימוש בהכללה כוללת.

ארגומנט אחר אשר הצגת תקפותו מצריכה את השימוש בהכללה כוללת ובהמחשה כוללת גם יחד הוא: "שום בן־אדם איננו מושלם. כל היוונים הם בני־אדם. לכן שום יווני איננו מושלם". ההוכחה הצורנית לתקפותו היא:

1. $(x)[Bx \supset \sim Mx]$
2. $(x)[Yx \supset Bx]\ /\therefore (x)[Yx \supset \sim Mx]$
3. $By \supset \sim My$ 1, UI
4. $Yy \supset By$ 2, UI
5. $Yy \supset \sim My$ 4,3, H.S.
6. $(x)[Yx \supset \sim Mx]$ 5, UG

אפשר שתראה איזו מלאכותיות בהליך זה. אפשר לטעון כי הבחנה קפדנית בין $(x)\phi x$ לבין ϕy, כך שאין הם זהים אלא חייבים להיות מוסקים זה מזה בעזרת המחשה כוללת והכללה כוללת, פירושה להתעקש על הבחנה שאין בצידה הבדל. אולם ודאי שיש הבדל צורני ביניהם. הפסוק $(x)[Bx \supset Tx]$ הוא פסוק לא־מורכב, ואילו $By \supset Ty$ הוא פסוק מורכב, שכן הוא פסוק תנאי. משני הפסוקים הלא־מורכבים $(x)[Yx \supset Bx]$ ו־$(x)[Bx \supset Tx]$ אי־אפשר להסיק שום היסק רלבנטי בעזרת הרשימה המקורית של 19 כללי ההיסק. אולם מן הפסוקים המורכבים $Yy \supset By$ ו־$By \supset Ty$ נובעת המסקנה שצויינה $Yy \supset Ty$ דרך היקש היפותטי. עיקרון ההמחשה הכוללת משמש כדי לעבור מפסוקים לא־מורכבים, אשר עליהם כללי ההיסק הקודמים שלנו אינם חלים, לפסוקים מורכבים, אשר עליהם אפשר להחילם. כללי הכימות מגדירים איפוא את המנגנון הלוגי שלנו כך שיהא מסוגל לתקף ארגומנטים המכילים בעיקרם פסוקים לא־מורכבים (מוכללים), כשם שהוא מסוגל לתקף את סוג הארגומנט האחר (הפשוט יותר) אשר דנו בו בפרקינו הקודמים. מאידך גיסא, על־אף ההבדל הצורני, מן ההכרח שתהא שקילות לוגית בין $(x)\phi x$ לבין ϕy, שאם לא כן חלקי ההמחשה הכוללת וההכללה הכוללת לא יהיו תקפים. הן ההבדל והן השקילות הלוגית חשובים לתכליתנו, דהיינו לבחינת התקפות של ארגומנטים בעזרת הסתמכות על רשימת כללי ההיסק. הוספת ההמחשה הכוללת וההכללה הכוללת לרשימתנו מחזקת אותה ניכרות.

מן ההכרח להרחיב את הרשימה עוד יותר, בפנותנו לארגומנטים המכי־לים פסוקים ישיים. דוגמה נוחה להתחיל בה היא: "כל הפושעים הם מושח־

תים. אנשים אחדים הם פושעים. לכן אנשים אחדים הם מושחתים". הדבר מסומל כך:

$$(x)[Px \supset Mx]$$
$$(\exists x)[Ix \cdot Px]$$
$$\therefore (\exists x)[Ix \cdot Mx]$$

הכימות היישי של הפונקציה הפסוקית הוא אמיתי אם ורק אם יש לו לפחות מקרה הצבה אמיתי אחד. לכן, תהא התכונה המסומנת בעזרת ϕ אשר תהא, $(\exists x)\phi x$ טוען כי קיים לפחות יחיד אחד בעולם שיש לו התכונה ϕ. אם קבוע אינדיווידואלי (שונה מן הסמל המיוחד y) לא שימש עד כה בשום מקום בהקשר, נוכל להשתמש בו כדי לסמן או את היחיד שהוא בעל התכונה ϕ, או אחד מהיחידים בעלי התכונה ϕ, אם ישנם יחידים אחדים. בידענו כי קיים יחיד כזה, נאמר a, אנו יודעים כי ϕa הוא מקרה הצבה אמיתי של הפונקציה הפסוקית ϕx. לפיכך אנו מוסיפים לרשימת כללי ההיסק שלנו את העיקרון כי מן הכימות היישי של פונקציה פסוקית באפש־רותנו להסיק על אמיתות מקרה ההצבה שלה בקשר לקבוע אינדיווידואלי (שאיננו y) אשר לא הופיע עד כה בשום מקום באותו הקשר. חוק ההיסק החדש הוא עיקרון ההמחשה היישית. והוא מסומן בקיצור "EI". הוא מנוסח כך:

EI: $(\exists x)\phi x$ / $\therefore \phi v$ [v הוא קבוע אינדיווידואלי כלשהו (שאיננו y) שלא הופיע לפני־כן בהקשר]

בהסכימנו לכלל ההיסק הנוסף EI, נוכל להתחיל בהוכחת תקפותו של הארגומנט שצויין:

1. $(x)[Px \supset Mx]$
2. $(\exists x)[Ix \cdot Px]$ / $\therefore (\exists x)[Ix \cdot Mx]$
3. $Ia \cdot Pa$ — 2, EI
4. $Pa \supset Ma$ — 1, UI
5. $Pa \cdot Ia$ — 3, Com.
6. Pa — 5, Simp.
7. Ma — 4,6, M.P.
8. Ia — 3, Simp.
9. $Ia \cdot Ma$ — 8,7, Conj.

עד כה למדנו בדרך הדדוקציה על $Ia \cdot Ma$, שהוא מקרה הצבה של הפונקציה הפסוקית אשר הכימות היישי שלה נטען במסקנה. הואיל והכימות היישי של פונקציה פסוקית הוא אמיתי אם ורק אם יש לו לפחות מקרה הצבה אמיתי אחד, אנו מוסיפים לרשימת כללי ההיסק שלנו את העיקרון כי מכל מקרה הצבה אמיתי של פונקציה פסוקית באפשרותנו להסיק באופן תקף את הכימות היישי של אותה פונקציה פסוקית. כלל היסק רביעי ואחרון זה הוא עיקרון ההכללה היישית, המסומן בקיצור "EG" ומנוסח כך:

EG: ϕv / $\therefore (\exists x)\phi x$ (v הוא סמל אינדיווידואלי כלשהו)

את השורה העשירית והאחרונה של ההוכחה שכבר התחלנו בה, נוכל עתה לכתוב (ולהצדיק) כך:

10. $(\exists x)[Ix \cdot Mx]$ — 9, EG

הצורך בהגבלה שצויינה על השימוש בהמחשה ישית יכול להראות בשקלנו את הארגומנט שאי־תקפותו גלויה לעין: "אליגטורים אחדים מוחז־קים בשבי. ציפורים אחדות מוחזקות בשבי. לכן אליגטורים אחדים הם ציפורים". אילו נכשלנו מלהתחשב בהגבלה על המחשה ישית, שמקרה ההצבה המוסק בעזרתה מכימות ישי רשאי להכיל רק סמל אינדיווידואלי (שאיננו y) שלא הופיע לפני־כן בהקשר, הרי שהיינו עלולים להמשיך לבנות "הוכחה" לתקפותו של ארגומנט לא־תקף זה. "הוכחה" מוטעה כזו עלולה להתנהל כך:

1. $(\exists x)[Ax \cdot Sx]$
2. $(\exists x)[Cx \cdot Sx]$ / $\therefore (\exists x)[Ax \cdot Cx]$
3. $Aa \cdot Sa$ — 1, EI
4. $Ca \cdot Sa$ — 2, EI (מוטעה)
5. Aa — 3, Simp.
6. Ca — 4, Simp.
7. $Aa \cdot Ca$ — 5,6, Conj.
8. $(\exists x)[Ax \cdot Cx]$ — 7, EG

הטעות ב"הוכחה" זו חלה בשורה 4. מן ההקדמה השנייה $(\exists x)[Cx \cdot Sx]$

יודעים אנו כי קיים לפחות דבר אחד שהוא גם ציפור וגם מוחזק בשבי. אילו היינו רשאים לקבוע לו את השם a, יכולנו, כמובן, לטעון $Ca \cdot Sa$ — אך איננו רשאים לעשות שום קביעה כזאת של a, שכן הוא כבר נוצל לפני־כן בשורה 3 כדי לשמש שם לאליגטור המוחזק בשבי. כדי להימנע מטעויות כאלה, חייבים אנו לציית להגבלה שצויינה — כל אימת שאנו משתמשים בהמחשה ישית. הדיון הקודם חייב להבהיר כי בכל הוכחה המצריכה את השימוש בהמחשה ישית ובהכללה ישית כאחד, חובה להשתמש בהמחשה ישית ראשונה.

לאופני הארגומנטציה המסובכים יותר, במיוחד אלה המכילים יחסים, חובה להטיל הגבלות נוספות מסויימות על ארבעת חוקי הכימות שלנו. אולם לארגומנטים מן הסוג הנוכחי, מספיקות ההגבלות הנוכחיות כדי למנוע היסקים מוטעים.

תרגילים

בנה הוכחה צורנית לתקפותו של כל אחד מן הארגומנטים הללו, והשתמש בכל מקרה בסימון המוצע:

* 1. שום ספורטאי איננו תולעת־ספרים. גד הוא תולעת־ספרים. לכן גד איננו ספורטאי. (Sx, Tx, g).

2. כל הרקדנים הם נשיים. סייפים אחדים אינם נשיים. לכן סייפים אחדים אינם רקדנים. (Rx, Nx, Sx).

3. שום קוביוסטוס איננו מאושר. אידיאליסטים אחדים הם מאושרים. לכן אידיאליסטים אחדים אינם קוביוסטוסים. (Kx, Mx, Ix).

4. כל הליצנים הם רמאים. שום רמאי איננו מצליח. לכן שום ליצן איננו מצליח. (Lx, Rx, Mx).

* 5. כל מטפסי־ההרים הם ידידותיים. פושעים אחדים הם מטפסי־הרים. לכן פושעים אחדים הם ידידותיים. (Mx, Yx, Px).

6. רק פציפיסטים הם קווייקרים. קיימים קווייקרים דתיים. לכן פציפיסטים הם לפעמים דתיים. (Px, Qx, Dx).

7. להיות נוכל פירושו להיות גנב. אך ורק המקופחים הם גנבים. לכן נוכלים הם תמיד מקופחים. (Nx, Gx, Mx).

8. שום כנר איננו לא־עשיר. אין שום פסנתרן עשיר. לכן כנר לעולם איננו פסנתרן. (Kx, Ax, Px).

9. רק האמיצים ראויים לתהילה. רק חיילים הם אמיצים. לכן רק החיילים ראויים לתהילה. (Tx: x ראוי לתהילה; Ax: x אמיץ; Hx: x חייל).

10. כל המבקש נענה. שמעון איננו נענה. לכן שמעון איננו מבקש. (Mx, Nx, s).

V. הוכחת אי־תקפות

כדי להוכיח אי־תקפותו של ארגומנט המכיל כמתים, באפשרותנו להשתמש בדרך ההפרכה בעזרת אנלוגיה לוגית. למשל, הארגומנט "כל הקומוניסטים הם מתנגדי המימסד; ציירים אחדים הם מתנגדי המימסד; לכן ציירים אחדים הם קומוניסטים" מוכח כלא־תקף בעזרת האנלוגיה "כל התתולים הם חיות; כלבים אחדים הם חיות; לכן כלבים אחדים הם התולים": אשר אי־תקפותה גלויה לעין משום שידוע כי הקדמותיה אמיתיות וידוע כי מסקנתה שקרית. אולם לא תמיד קל להמציא אנלוגיות כאלה. רצויה איזו דרך יעילה יותר להוכחת אי־תקפות.

בפרק הקודם פיתחנו דרך להוכיח אי־תקפותם של ארגומנטים המכילים טענות מורכבות. דרך זו היתה עשויה מקביעת ערכי־אמת לטענות הפשוטות שהיו רכיביהם של הטענות המורכבות שבארגומנטים — באופן כזה שהקדמותיהם יהיו אמיתיות ומסקנותיהם שקריות. אפשר להתאים דרך זו לארגומנטים המכילים כמתים. ההתאמה כרוכה בהנחתנו הכללית, שקיים לפחות יחיד אחד בעולם. כדי שארגומנט המכיל כמתים יהיה תקף, מן ההכרח שלא יהא אפשר שהקדמותיו אמיתיות ומסקנתו שקרית כל עוד קיים לפחות יחיד אחד.

ההנחה הכללית כי קיים לפחות יחיד אחד באה על סיפוקה אם קיים בדיוק יחיד אחד, או בדיוק שני יחידים, או בדיוק שלושה יחידים, וכך הלאה. אם מניחים איזו הנחה מאלה בדבר מספרם המדוייק של היחידים הקיימים, ישנה שקילות בין טענות כלליות וטענות מורכבות באמצעות קשרי־אמת. אם קיים בעולם יחיד אחד בדיוק, נאמר a, הרי:

$$(x)\phi x \equiv \phi a \equiv (\exists x)\phi x$$

אם קיימים בעולם בדיוק שני יחידים, נאמר a ו־b, הרי:

$$(x)\phi x \equiv [\phi a \cdot \phi b] \text{ ו־} (\exists x)\phi x \equiv [\phi a \vee \phi b]$$