

## 83-118 מתמטיקה בדידה 2

מועד ב 27.07.17

יש לענות על 4 שאלות בדיוק מתוך 5.  
משך המבחן: שעתיים וחצי.  
חומר עזר: מחשבון בלבד.

1. כמה רצפים בינאריים מאורך 20 יש ...

(א) שהספרה החמישית שלהם היא 1 ?

(ב) עם בדיוק 10 אחדות?

(ג) כך שיש בדיוק 5 אחדות, ובין כל 1 שמופיע ברצף יש לפחות אפס אחד?

(ד) שיש בהן את הספרה 1 לפחות פעם אחת?

(ה) שלא מופיע בהם הרצף 10?

2. פתרו את בעיית הנסיגה הבאה

$$f(n) = -2f(n-1) - f(n-2) + 2^{n-2}$$

$$\text{עם תנאי ההתחלה } f(0) = \frac{8}{9}, f(1) = \frac{-7}{9}$$

3. הוכיחו את הזהויות הבאות (הוכחה אלגברית תזכה רק ב7 נקודות):

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = \binom{2n}{n} \quad (\text{א})$$

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1} \quad (\text{ב})$$

4. פתרו (אין קשר בין הסעיפים):

(א) כמה פתרונות שלמים אי-שליליים יש לאי-שוויון  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 50$ ?

(ב) כמה פתרונות שלמים אי-שליליים יש למשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$

כך ש  $x_1, x_2, x_5 \leq 9$ ?

(ג) כמה סדרות  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  של מספרים שלמים אי-שליליים יש כך ש

$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5 \leq 50$ ?

5. הוכיחו\הפריכו את הטענות הבאות:

(א)  $K_{n,m}$  רגולרי אם ורק אם  $n = m$ .

(ב) גרף מישורי הוא קשיר.

(ג) בגרף דו-צדדי יש מעגל אילר.

(ד) עבור גרף סופי מסדר  $n$ , אם הדרגה של כל קדקד היא לפחות 2 אז יש בגרף מעגל.

**בהצלחה!**