

פתרון תרגיל 5 בדידה

1. הפתרון מופיע בפתרון של שאלה 2 בתרגיל 2.

2. (א) נמצא בכל סעיף פונקציה מתאימה ונסביר למה היא כזו.

i. חח"ע ועל: $f(n) = n$. זו פונקציה הפיכה (זו פונקצית הזהות) ולכן חח"ע ועל (ולא קשה לראות במפורש).

ii. חח"ע ולא על: $f(n) = 2n$. הפונקציה חח"ע, כי אם $a \neq b$ אז $2a \neq 2b$ כלומר $f(a) \neq f(b)$. הפונקציה אינה על, למשל עבור $1 \in \mathbb{N}$ לא קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $f(n) = 1$.

iii. על ולא חח"ע: $f(n)$ היא מספר הספרות של n . הפונקציה אינה חח"ע, למשל $f(1241) = f(8475) = 4$ אך $1241 \neq 8475$. הפונקציה על, כי לכל $n \in \mathbb{N}$ המספר $111 \dots 1$ (n פעמים הספרה 1) מקיים:

$$f(111 \dots 1) = n$$

iv. לא חח"ע ולא על: $f(n)$ היא מספר הספרות של $n + 10$. אינה חח"ע כמו בסעיף הקודם. כעת, f גם אינה על מכיוון שלכל $n \in \mathbb{N}$, $f(n) \geq 2$ ולכן עבור $1 \in \mathbb{N}$ לא קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $f(n) = 1$.

(ב) כעת, הקבוצות סופיות, ולכן פונקציה ביניהן היא חח"ע אם ורק אם היא על. לכן, אפשר למצוא פונקציה חח"ע ועל ופונקציה שאינה חח"ע ואינה על, אך לא פונקציה חח"ע ולא על או פונקציה על ולא חח"ע. כלומר, היינו מצליחים לענות על שני סעיפים (הראשון והאחרון).