תרגיל מספר1 מבנים אלגבריים

25 באוקטובר 2015

קבע לכל אחת מהקבוצות והפעולות הבאות קבע האם היא אגודה/מונאיד/חבורה. במידה שקיימת יחידה שמאלית/ימנית/דו"צ מצא אותה. במידה שמדובר בחבורה מצא את ההופכי של איבר נתון.

1. קבוצת שורשי היחידה מסדר n, כלומר הקבוצה $X = \{a \in \mathbb{C} \,|\, a^n = 1\}$ עם הפעולה של כפל רגיל של מספרים מרוכבים.

2. קבוצת המטריצות הריבועיות מסדר $n > 1$, כלומר $\mathbb{F}^{n\times n}$ עם פעולת כפל מטריצות

3. יהא $\mathbb{F}$ שדה. אזי הקבוצה $G = \mathbb{F}^* = \mathbb{F} \backslash \{0\}$ עם הכפל של השדה.

4. המטריצות $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \,|\, 0 < a \in \mathbb{R},\, b \in \mathbb{R} \right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

5. השלמים $G = \mathbb{N}$ עם פעולה $a * b = a^b$

6. תת קבוצה של הפולינומים $X = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] \,|p(1) = 0\}$ עם חיבור פולינום רגיל.

7. השלמים $G = \mathbb{N}$ עם פעולה מקסימום $a * b = \max\{a, b\}$

8. קטעים פתוחים בקבוצת הממשיים
$$G = \left\{ \, (a,b) \subseteq \mathbb{R} \,|\, a < b,\, a.b \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} \, \right\} \cup \{\emptyset\}$$
עם פעולת חיתוך קבוצות.

9. תת קבוצה של המטריצות $G = \{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \,|\, a, b \in \mathbb{R}\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

10. תת קבוצה של מטריצות משולשיות $G = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \,|\, a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.