

שאלות אמריקאיות:

1. תהי $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$

- a. אם z ע"ע של A אזי גם \bar{z} ע"ע של A
 - b. אם 0 ע"ע של A אזי A דומה למטריצת האפס
 - c. אם $BA = 0$ אזי 0 הוא ע"ע של A
 - d. אם A הפיכה ואם z ע"ע של A אזי z^{-1} ע"ע של A^{-1}
2. יהיו קבוצות S ו T

a. $(\text{Span}(S \cap T))^\perp = S^\perp \cap T^\perp$

b. $(\text{Span}(S \cup T))^\perp = S^\perp \cup T^\perp$

c. $(S + T)^\perp = S^\perp \cap T^\perp$

d. $(S + T)^\perp = (S \cap T)^\perp$

3. נניח $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

- a. קיימת מטריצה הפיכה P כך ש $D = P^{-1}AP$ משולשית
 - b. ל A חייב להיות ע"ע
 - c. אם A אינה ניתנת ללכסון יש בצורת הז'ורדן שלה בלוק בגודל 2
 - d. כל התשובות אינן נכונות
4. נניח w_1, \dots, w_n בסיס ל W תת מרחב של V

a. אם $v \in V$ ההיטל של v על W הוא $\sum_{i=1}^n \frac{\langle v, w_i \rangle}{\|w_i\|^2} w_i$

- b. א' נכון רק עבור בסיס א"ג
- c. א' נכון רק עבור בסיס א"נ
- d. אף תשובה אינה נכונה

שאלת נכון/לא נכון:

5. סמן נכון/לא נכון: (ללא הוכחה/הפרכה)

- a. ל A ול A^t יש את אותם ע"ע
- b. ל A ול A^t יש את אותם ו"ע
- c. A ו A^t דומות
- d. אם שתי מטריצות דומות, יש להן אותם ע"ע
- e. אם שתי מטריצות דומות, יש להן אותם ו"ע
- f. אם שתי מטריצות דומות, אז לכל ע"ע שלהן יש אותו ריבוי אלגברי
- g. אם שתי מטריצות דומות, אז לכל ע"ע שלהן יש אותו ריבוי גיאומטרי
- h. אם A ו B נתנות ללכסון ע"י אותה מטריצה מלכסנת P אזי $AB = BA$
- i. לכל שני וקטורים ב \mathbb{R}^n , אם $\|v\| = \|u\|$ (זו הנורמה המושרית ע"י המכפלה הפנימית הסטנדרטית) אזי $u + v$ ו $u - v$ אורתוגונליים.

שאלות פתוחות:

6. תהי $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ מטריצה לא הפיכה כך ש $|A - 2I| = |A + 2I| = 0$. מצא את מימד מרחב

הפתרונות של המערכת ההומוגנית $Ax = 0$

7. בכל אחד מן המקרים קבע האם המטריצות דומות:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad .a$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad .b$$

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & -1 \\ 0 & i & 0 \\ 1 & 0 & -\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad .c$$

8. יהי V מ"ו ויהיו $v_1, \dots, v_n \in V$ וקטורים. נגדיר את מטריצת גרהם G באופן הבא:

$$[G]_{ij} = \langle v_i, v_j \rangle. \text{ הוכח: } |G| = 0 \Leftrightarrow v_1, \dots, v_n \text{ ת"ל}$$

9. הוכח שאם אפס אינו ע"ע של A אזי A הפיכה, באמצעות משפט קיילי המילטון (ולא בדרך אחרת)