

תרגיל בית 3 – חדווא 1

שאלה 1

בדוק את המונוטוניות של הסדרות הבאות:

$$א. a_n = \frac{2^n}{n} \quad ב. a_n = -n^2 + 7n \quad ג. a_n = \frac{(-1)^n}{n!} \quad ד. a_n = \frac{(2n)!}{n^{2n}}$$

שאלה 2

תוך שימוש בהגדרת הגבול הוכח את הטענות הבאות:

$$א. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n} = 2 \quad ב. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^3+1} = 0$$

שאלה 3

חשב את הגבולות הבאים:

$$א. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{3n^2 - 2n - 1} \quad ב. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1}{n^4 - 5} \quad ג. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{n}$$

$$ד. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - \sqrt{n^2 + n}) \quad ה. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2n} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{n^{\frac{7}{3}} - n^2}$$

שאלה 4

חשב את הגבולות הבאים בעזרת משפט שטולץ:

$$א. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n)}{n} \quad ב. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4}$$

שאלה 5

חשב את הגבולות הבאים בעזרת המשפט:

תהיי $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת מספרים חיוביים. אם קיים הגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$ אזי הסדרה $\{\sqrt[n]{a_n}\}_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת

$$\text{ומתקיים השוויון } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$א. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n!} \quad ב. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\binom{2n}{n}} \quad ג. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$$

שאלה 6

חשב את הגבולות הבאים בעזרת השימוש בגבול $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$

$$א. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{n^2} \quad ב. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2n}{n^2 + 5}\right)^{\frac{n^2 + 9}{n}}$$

בהצלחה!!!