

4.6 הדרכה לשאלה

תחילה נאמר מה המשמעות של $p!$: $p! = 1 * 2 * 3 * \dots * p$

לדוגמה : $3! = 1 * 2 * 3 = 6$
וכן, $5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$.

$$\text{עכשיו } \binom{p}{k} = \frac{p!}{k!(p-k)!} \text{ כלומר לדוגמה : } \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{1*2*3*4*5}{(1*2*3)*(1*2)}$$

שימו לב כי בתוצאה שקיבלנו יש את המספר 5 רק במכנה ולא במונה ולכן בוודאות המספר שנקבל יתחלק ב-5 ללא שארית.

לפי נוסחת הבינום של ניוטון :

$$(a+b)^p = \sum_{k=0}^p \binom{p}{k} a^{p-k} b^k = \binom{p}{0} a^p + \binom{p}{1} a^{p-1} b^1 + \dots + \binom{p}{p-1} a^1 b^{p-1} + \binom{p}{p} b^p$$

לדוגמה : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$. (תבדקו ותראו שזה מסתדר)...

עכשיו מה קורה כשאנחנו ב \mathbb{Z}_p ? שימו לב שבעצם בכל מקדם $\binom{p}{k}$ מופיע מספר חשוב מאד במונה. מיהו המספר הזה ? ולמה הוא חשוב לפתרון השאלה ? רמז שימו לב לשורה המודגשת.

בהצלחה!
לואי ומני