

בחינה בקורס **חשבון אינפיניטסימלי 2** (88-133-05/07) – מועד א'

אוניברסיטת בר-אילן, יום ב, ט"ז תמוז תשע"ז (10.7.17)

מרצים: בועז צבאן, בוריס קוניאבסקי.

מתרגלים: ניקול בלשוב, רחל גרינפלד, אריאל וייצמן.

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו, פרט למחשבון פשוט.

הנחיות

א. יש לענות על 4 מתוך 5 השאלות.

השתמש במחברת הבחינה לטייטה, ולאחר שמצאת פתרון מספק, כתוב אותו בצורה מסודרת **בגוף הבחינה**, במקום הפנוי המצוי לאחר השאלה.

אם מוכרחים, אפשר להמשיך תשובה בגב אותו דף. תשובה המשתרעת על יותר משני עמודים עלולה לקבל ניקוד חלקי.

ב. משקל כל שאלה הוא 24 נקודות. בשאלות עם יותר מסעיף אחד, הנקודות מתחלקות בשווה בין הסעיפים. 4 נקודות מוקצות עבור סדר ונקיון הבחינה.

ג. הקף בעיגול, בטבלה הבאה, את מספרי השאלות שעליהן ענית.

ארבע השאלות שבחרתי (להקיף בעיגול)	ניקוד (לשימוש הבודקים)
1	
2	
3	
4	
5	
סדר ונקיון	
סה"כ	

שאלות המבחן מופיעות בעמודים הבאים.

הבהרה. גם אם הדבר לא מצויין במפורש בשאלות, עליך לנמק את כל תשובותיך.

בהצלחה!

שאלה 1

תהי $(f_n)_{n=1}^{\infty}$ סידרת פונקציות רציפות בנקודה a , המתכנסת במידה שווה בתחום X לפונקציה f . נתון שהנקודה a נמצאת בקטע פתוח המוכל כולו בתחום X . הוכח שהפונקציה f רציפה אף היא בנקודה a .

תשובה:

שאלה 2

עבור מספר ממשי $a \geq 0$, נגדיר פונקציה

$$f(x) := \begin{cases} x^a \cos \frac{1}{x^2} & 0 < x \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

א. מצא את כל הערכים של a שעבורם הפונקציה f גזירה בנקודה 0. עבור ערכים אלה, כתוב את הנגזרת $f'(x)$ עבור $0 \leq x < \infty$.

ב. מצא את כל ערכי a שעבורם הפונקציה f' רציפה בנקודה 0.

תשובה:

שאלה 3

עבור מספר ממשי x , נגדיר $F(x) := \int_0^x e^{t^2} dt$. הוכח כי קיים מספר ממשי יחיד x בקטע הפתוח $(0, 1)$ כ
כך ש $F(x) = 1$.

תשובה:

שאלה 4

א. חשב את האינטגרל הלא מסויים

$$\int \frac{x^3}{x^2 - x - 2} dx$$

ב. חשב את האינטגרל המסויים

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$$

ג. בדוק האם האינטגרל הלא אמיתי הבא מתכנס

$$\int_{\pi^2}^{\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{x} dx$$

תשובה:

שאלה 5

לכל מספר טבעי n , נגדיר פונקציה $f_n(x) := \tan^n x$ שתחומה $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. תהי A קבוצת הנקודות x שבהן סידרת הפונקציות $(f_n(x))_{n=1}^{\infty}$ מתכנסת.

א. מצא את הקבוצה A , ואת הפונקציה f אליה מתכנסת סידרת הפונקציות בתחום A .

ב. האם ההתכנסות $f_n \rightarrow f$ היא במידה שווה בתחום A ?

תשובה: