

מבחן מועד ב' – מבוא לאלגברה לינארית 1 – 21/06/23

זמן המבחן: 4 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 30 נק', ענו על כל השאלות.

1. (שאלה מבגרות)

א. פתרו את המשוואה $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאתם בסעיף א' נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w השונים מ-0 ומקיימים שהזווית שלהם היא בין 107° לבין 235° ? נמקו.

2. יהי $a \in \mathbb{R}$ פרמטר, ונביט במערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + y = a - 4 \\ -x + (a - 3)y + z = 1 \\ -2x + (a - 4)y + (a^2 - a + 1)z = 6 - 2a \end{cases}$$

א. מצאו לכל ערכי הפרמטר a האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.

ב. עבור $a = 1$, מצאו את הפתרון הכללי של המערכת.

ג. מצאו את הפתרונות של המערכת עבור $a = 3, 4$.

3. נביט במטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים לשלושת מרחבי המטריצה $C(A), R(A), N(A)$

ב. מצאו בסיס ל- $C(A) \cap R(A)$

4. יהיו

$$W_1 = \{(x, y, z) | x - 2y - z = 0\}$$

$$W_2 = \text{span}\{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, -2, -1)\}$$

$$W_3 = \{(x, y, z) | x + y + z = 1\}$$

א. מצאו בסיסים ומימדים ל- W_1, W_2, W_3 .

ב. מצאו בסיס ומימד ל- $W_1 \cap W_2$.

ג. מצאו את $W_1 \cap W_2 \cap W_3$.