

88-112 סמסטר א תשע"ז

ו' בטבת תשע"ז, 17.1.4.

הוראות: בהגשת הפתרון יש לרשום ת"ז ושם מלא.
יש לענות על כל השאלות ולרשום פתרונות מלאים ומנומקים!
משך הבוחן: 90 דקות.
חומר עזר: מחשבון (לא הכרחי).

שימו לב: סך כל הנקודות שניתן לצבור הוא 108, אך כל ציון מעל 100, ייחשב כ 100.

שאלה 1. תהי מטריצה מעל \mathbb{R} .

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

א. (16 נק') האם היא הפיכה?

ב. (20 נק') אם לא, מצאו פתרון **לא טריוואלי** למערכת ההומוגנית, ואם כן, מצאו את

המטריצה ההופכית ומצאו פתרון למערכת $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

שאלה 2. תהי $Ax = b$ מערכת משוואות לא הומוגנית (כלומר $b \neq 0$) מעל \mathbb{R} , ונתון ש:

פתרונות של המערכת. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

א. (14 נק') האם $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ פתרון למערכת ההומוגנית?

ב. (11 נק') האם $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ פתרון למערכת ה**לא** הומוגנית?

ג. (11 נק') האם $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$ פתרון למערכת ה**לא** הומוגנית?

הערה. במידה והתשובה שלכם לסעיף היא: "לא ניתן לדעת", יש לתת דוגמה שבה הוקטור הוא כן פתרון, דוגמה שבה הוא לא פתרון למערכת המתאימה.

שאלה 3. הוכח או הפרד:

א. (12 נק') $\{A \in \mathbb{F}^{n \times n} \mid \forall B \in \mathbb{F}^{n \times n} : AB = BA\}$ תת-מרחב וקטורי של $\mathbb{F}^{n \times n}$.

ב. (12 נק') $\{P(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid P(0) \cdot P(1) = 1\}$ תת-מרחב וקטורי של $\mathbb{R}_3[x]$.

ג. (12 נק') $\{P(x) \in \mathbb{R}_3[x] \mid P(0) + P(1) = 0\}$ תת-מרחב וקטורי של $\mathbb{R}_3[x]$.

בהצלחה!