

מתמטיקה בדידה – תרגיל 1

שאלה 1

הוכח או הפרך בעזרת טבלאות אמת את השקילות של הפסוקים:

$$a. (a \wedge b) \rightarrow a \equiv a \rightarrow (b \rightarrow a)$$

$$b. a \wedge \neg(b \vee c) \equiv (a \wedge \neg b) \wedge (a \wedge \neg c)$$

$$c. a \leftrightarrow b \equiv (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$$

$$d. (a \rightarrow b) \rightarrow c \equiv a \rightarrow (b \rightarrow c)$$

שאלה 2

תהי P קבוצת האנשים בעולם ותהי N קבוצת השמות בעולם. נגדיר את היחס (= או \neq) פרדיקט הבא:

$$\bullet R(x, y) - \text{השם של האיש } x \text{ הוא } y.$$

כתבו את הטענות הבאות ע"י שימוש ב- P, N, R , יחס השוויון (= או \neq) והקשרים והכמתים הלוגיים שראינו בשיעור ($\forall, \exists, \wedge, \vee, \dots$).

1. לכל איש יש שם
2. קיים איש עם שם יחיד
3. אם קיים איש עם שם יחיד אז לא קיים איש ללא שם
4. לכל איש עם שם יש שם נוסף (שונה מהראשון)
5. קיימים שני אנשים (שונים) עם אותו שם.
6. לכל איש עם שם קיים איש אחר עם אותו שם.

שאלה 3

בסימונים של שאלה 2, ענו על השאלות הבאות:

- א. נניח כי טענות 2 ו-3 (משאלה 2) נכונות. האם טענה 1 נכונה? אם כן, הוכיחו זאת. אם לא, הפריכו ע"י דוגמא.
- ב. האם טענה 6 גוררת את טענה 5? אם כן, הוכיחו. אם לא, הפריכו ע"י דוגמא.
- ג. נניח שטענה 3 שקרית. מה ניתן לומר על טענה 4? אם לא ניתן לדעת כלום, הדגימו זאת.

שאלה 4

מה השלילות של הפסוקים הבאים (בתשובתכם עליכם לוודא שסימן השלילה יופיע רק לפני פסוקים אטומיים)

$$a. \forall(x \in \mathbb{R})\exists(y \in \mathbb{Z})((y > x) \wedge (x \leq y + 1))$$

$$b. [\exists(x \in A)(P(x) \rightarrow Q(x))] \rightarrow [\forall(x \in A)(Q(x) \leftrightarrow P(x))]$$

שאלה 5

פשטו את הביטוי תוך שימוש בחוקי פעולות מעל הקבוצות:

$$(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C^c \cap D) \cup (A^c \cap B)$$

שאלה 6

א. הוכיחו על ידי שימוש בחוקי פעולות על הקבוצות:

$$(A \Delta B) \cup (B \Delta A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

(הערה: מהתרגיל נובעת הגדרה נוספת ל- $A \Delta B$)

ב. הראו כי: $A \Delta B = A \cup B \iff A \cap B = \emptyset$