

## תרגיל 9 – ליניארית 2 מדמ"ח

1.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{a. מצא את צורת הז'ורדן של}$$

b. האם  $A$  דומה למטריצה  $I - A$ ?

2. בדוק האם הפונקציות הבאות מהוות מכפלה פנימית:

$$\text{a. מעל } \mathbb{R}^2 \quad \langle (x, y), (a, b) \rangle = (x \ y) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\text{b. מעל } \mathbb{R}_1[x] \quad \langle ax + b, cx + d \rangle = (a + b)c + (a + 2b)d$$

### שאלה 4

א. משפט פיתגורס: יהי  $B = \{v_1, \dots, v_n\}$  בסיס אורתונורמלי למ"ו  $V$ . הוכיחו שלכל  $v \in V$

$$\|v\|^2 = |\langle v, v_1 \rangle|^2 + \dots + |\langle v, v_n \rangle|^2 \quad \text{מתקיים:}$$

ב. אי שוויון בסל: תהא  $S = \{v_1, \dots, v_k\}$  קבוצה אורתונורמלית ב- $V$ . הוכיחו שלכל  $v \in V$

$$\|v\|^2 \geq |\langle v, v_1 \rangle|^2 + \dots + |\langle v, v_k \rangle|^2 \quad \text{מתקיים}$$

ג. הוכיחו שהשוויון בסעיף ב' מתקבל אך ורק כאשר  $v \in \text{span}\{v_1, \dots, v_k\}$

### שאלה 5

הפכו את הבסיס הבא של  $\mathbb{R}^4$  לבסיס אורתונורמלי:

$$B = \{(4, -3, 2, 1), (3, -2, 1, 0), (2, -1, 0, 0), (1, 0, 0, 0)\}$$