מתרגלים: ליאור דקל ואדם צ'פמן

<u>שאלה</u>

משקל כיכר לחם אמור להיות 1 ק"ג עם סטיית תקן של $\sigma = 25$ גרם. מניחים כי המשקל מתפלג נורמלית. ממוצע המשקל של 25 לחמים שעלו במדגם, הוא 992 גרם.

א. בדוק ברמת מובהקות 5% – האם תוחלת משקל הלחם קטנה מ-1 ק"ג.
ב. חשב את ערך *p-value*.
ג. בדוק ברמת מובהקות 5% – האם תוחלת משקל הלחם שונה מ-1 ק"ג.
ד. כעת נלקח מדגם חדש של 6 לחמים, והתקבלו המשקלים (בגרמים):
974, 1002, 954, 948, 1001, 967.
בדוק ברמת מובהקות 1% – האם תוחלת משקל הלחם קטנה מ-1 ק"ג.
בנה רווח סמך לממוצע משקל הלחם, לפי המדגם וברמת המובהקות הנתונה.
ה. בהינתן המדגם מסעיף קודם, אם לא ידועה סטיית התקן של הלחמים,
בדוק בר"מ 1% – האם תוחלת משקל הלחם קטנה מ-1 ק"ג.
לאור תוצאות הסעיף הקודם, האם ניתן היה להסיק מסקנות לפני הבדיקה המספרית?

<u>פתרון:</u>

א. השערות המבחן: $\begin{cases} H_0 : \mu = 1000 \\ H_1 : \mu < 1000 \end{cases}$

נתון: $\overline{X}_{25} = 992 \quad n = 25 \quad \sigma = 25$. $\alpha = 0.05$ ו- $Z_{0.95} = 1.645$.

נשתמש במבחן חד צדדי שמאלי ונדחה H_0 אם $\bar{X}_{25} < 1000 - \frac{25}{\sqrt{25}} \cdot 1.645 = 991.75$

במקרה שלנו $\bar{X} = 992$ ולכן לא נדחה את השערת האפס.

ב. חישוב ה- *p-value*:

$$P.V. = P(\overline{X}_{25} \le 992) = P(Z \le \frac{992-1000}{25/\sqrt{25}}) = P(Z \le -1.6) = 1 - P(Z \le 1.6) = 0.0548$$

כלומר, $p\text{-}value = 0.0548 = 5.48\%$.

<u>הערה:</u> ניתן לראות לפי ערך ה- *p-value* שמתקיים $\left(p\text{-}value = 0.0548\right) > \left(\alpha = 0.05\right)$,
לכן, כפי שקיבלנו בסעיף א', השערת האפס לא נדחתה עבור $\alpha = 5\% = 0.05$ הנתון.

ג. אין כלל צורך לחשב. מכיוון שלא דחינו את ההשערה במבחן חד-צדדי ברור שלא נדחה עבור מבחן דו-צדדי.

ד. מהנתונים: $\overline{X}_6 = 974.33$ $n = 6$ $\sigma = 25$ $Z_{0.99} = 2.326$

<< השערות המבחן – כמו בסעיף א'.

הערך הקריטי K:

$$K = \mu_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1000 - 2.326 \cdot \frac{25}{\sqrt{6}} = 976.26$$

ומכיוון שמתקיים: $\overline{X}_6 = 974.33 < K = 976.26$ <= נדחה H_0.

<u>רווח סמך לממוצע משקל הלחם</u>: $\overline{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

מהטבלה: $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.995} = 2.575$

$$974.33 - 2.575\frac{25}{\sqrt{6}} \le \mu \le 974.33 - 2.575\frac{25}{\sqrt{6}} \quad \Rightarrow \quad 948.04 \le \mu \le 1000.62$$

ה. מהנתונים: $S = 22.967$ $\overline{X}_6 = 974.33$ $n = 6$ $\sigma = 25$ $Z_{0.99} = 2.326$

כעת השונות לא ידועה ויש לאמוד אותה מהמדגם ע"י חישוב סטיית התקן המדגמית S.

S חושב ע"י הנוסחה לסטיית התקן המדגמית: $S = \sqrt{\frac{\sum\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\overline{x}^2}{n-1}}$

<<< השערות המבחן – כמו בסעיף א'.

מטבלת t: $t_{(n-1),1-\alpha} = t_{5,0.99} = 3.365$

הערך הקריטי K:

$$K = \mu_0 - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 1000 - 3.365 \cdot \frac{22.967}{\sqrt{6}} = 968.45$$

ומכיוון ש-: $K = 968.45 < \overline{X}_6 = 974.33$ <= <u>לא</u> נדחה H_0.

- רואים שמבחן t מחמיר יותר ממבחן Z.