

תרגיל בית 11 – טופולוגיה

שאלה 1

יהי (X, d) מ"מ. $A, C \subseteq X$ לא ריקות. C קומפקטי, A סגורה. הוכיחו:

$$d(C, A) = 0 \Leftrightarrow C \cap A \neq \emptyset$$

שאלה 2

יהיו (X_i, τ_i) מרחבים טופולוגיים דיסקרטיים לכל $i \in I$. האם מרחב המכפלה

$$\prod_{i \in I} X_i$$
 דיסקרטי?

רמז: תלוי.

שאלה 3

יהי (X, d) מרחב מטרי. הוכיחו כי הפונקציה $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ רציפה.

שאלה 4

יהי X מרחב טופולוגי ותהי I קבוצת אינדקסים. נסמן ב X^I את מרחב המכפלה $\prod_{i \in I} X$. לכל $x \in X$ נגדיר $f_x \in X^I$ להיות הוקטור האינסופי שכל

רכיביו הם x . נסמן $Y = \{f_x \mid x \in X\}$ עם הטופולוגיה המושרית מ X^I . הוכיחו כי X הומיאומורפי ל Y .

שאלה 5

הוכיחו שמכפלת מרחבי T_1 היא מרחב T_1 .

שאלה 6

יהי X מ"ט. נגדיר את האלכסון של $X \times X$ להיות $\Delta = \{(x, x) : x \in X\}$. הראו שאם

Δ סגור ב- $X \times X$ אזי X הוא האוסדורף. [שימו לב שאת הכיוון השני של הטענה הזו הוכחנו בתרגול].

בהצלחה!