השלמה של טענה שלא הספקתי בתרגול:

טענה 0.1 תהי $f(x)$ פונקציה רציפה על קטע סופי (a,b). אזי $f(x)$ רציפה במ"ש אם ורק אם $\lim_{x\to b^-} f(x)$ ו $\lim_{x\to a^+} f(x)$ קיימים וסופיים.

הוכחה: את צד $\Rightarrow$ הוכחתי בתרגול.

נוכיח את $\Leftarrow$. נוכיח שקיים $\lim_{x\to b^-} f(x)$ כמובן שהגבול השני דומה.

לפי שאלה מתרגילי הבית. כדי להוכיח שהגבול $\lim_{x\to b^-} f(x)$ קיים, מספיק להראות שלכל סדרה $a_n \to b$ (כך ש $a_n \in (a,b)$) מתקיים ש $f(a_n)$ מתכנסת. כלומר שהיא סדרת קושי.

תהי $a_n \to b$ סדרה כנ"ל. ויהי $\epsilon > 0$. לפי הרבמ"ש, קיים $\delta > 0$ כך שלכל $x,y \in (a,b)$ המקיימים $|x-y| < \delta$ מתקיים גם $|f(x)-f(y)| < \epsilon$.

היות ש a_n מתכנסת, היא סדרת קושי ולכן קיים n_0 כך שלכל $n,m > n_0$ מתקיים $|a_m - a_n| < \delta$.

לכן לכל $n,m > n_0$. היות ש $|a_m - a_n| < \delta$ יתקיים ש $|f(a_m) - f(a_n)| < \epsilon$. ולכן $f(a_n)$ היא סדרת קושי ולכן מתכנסת. ■