

האתר: ה'יה קמ: hilla.behar@gmail.com

אפליה של שגיאות:

הגדרה:

יהי x צדק אמיתי ו- \tilde{x} צדק מקורב. השגיאה הנומריקה הנוכחית "קרוק" של x - \tilde{x} היא: $\Delta = |x - \tilde{x}|$. בעקרה זה השגיאה היחסית היא: $\delta = \frac{|x - \tilde{x}|}{|x|}$ (צדק נחש חסר שגיאה).

תוציא:

חשבאת השגיאה הנומריקה והשגיאה היחסית כאשר:

$$x = 69,000,000$$

$$\tilde{x} = 68,967,549$$

$$\Delta = |x - \tilde{x}| = 32,451, \quad \delta = \frac{32,451}{69,000,000} = \boxed{0.04}$$

"13 זיגמא קמחוס:

ישנן 2 פורמטים שניתנ צמחמל קמ:

1. fixed point (- נק' קמעה) : ישנו למ קמז של סמחמל אחרו הנקעה. כמזמל: $\pi = 3.14$.

2. floating point (- נק' צמרה) : אקמק צמ למ קמז של סמחמל והנקעה ימעה כמזל.

כמזמל: "13 זיגמא קמחוס" π צמ ע סמחמל: 3.14×10^{-2}

floating point:

$$x = \sigma \cdot (m)_B \cdot B^e$$

קמלן כמזי, "13 זיגמא קמחוס" B יסמלן "ע":

$$\sigma = \pm 1$$

מלמ: σ - הסמלן

$$n \leq e \leq N$$

exponent - e
המקעה, למ של צמ

$$(m)_B$$

מ"13 זיגמא קמחוס

צורה באופן תחתי-המנטיסיה בעצת ק סמנת תגלה לחציה:

$$0 \leq d_i < B \quad d_0 \neq 0 \quad d_0.d_1d_2d_3\dots d_{p-1}$$

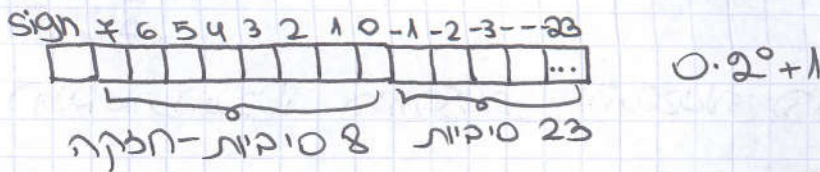
$B=2$ (כמו במחשב). רק סמנת בינאריות 0,1.

מחשב רציף ישנם שני תקנים:

float - לשמש ק-32 סיביות יציב.

double - לשמש ק-64 סיביות יציב.

תקן float:



סמן: סימנים חיובי

1 - סימנים שלילי

חלקה: 8 סיביות שמייצגות למס קין ל-5. 254, מהחלקה נורמל

127 ונקודת למס קין (-126, 127).

בזמא:

$$\begin{array}{cccccccc} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ : & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

כהוסף החלקה:

$$0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 = 50 - 127 = -77$$

מנטיסיה:

חלקות המנטיסיה הן ששעיות ומחציות ל-1 (-1). באופן אלטרנטיבי נוסף א שצדק המנטיסיה.

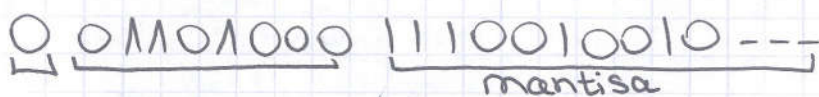
בזמא:

$$0110100\dots0 \Rightarrow m = 1 + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5} = 1.40625$$

$$\text{norm} = (-1)^{\text{sign}} \cdot (1 + m \cdot \text{mantissa}) \cdot 2^{(\text{exponent} - 127)}$$

בזמא:

המס הבא מיוצג בתקן float:



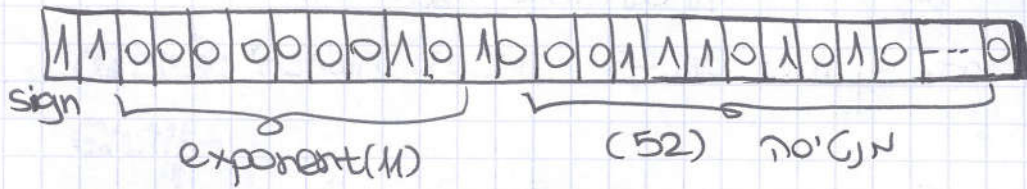
מהו המס?

sign=0 \Rightarrow חיובי

$$\text{exponent} = 2^3 + 2^5 + 2^6 - 127 = -23$$

תרון:

num:



שגיאות: שגיאות ציבור / קיצוץ

$$\pi = 3.1415$$

$$\pi \text{ קיצוץ} = 3.141$$

$$\delta \pi = 3.142$$

floating point - יחידת המידה, נכונות, ודיוק

הטעות $\Delta x = |x - \underbrace{f(x)}_{\text{קירוב}}| \leq \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot B^{e-p+1} & \text{ציבור} \\ B^{e-p+1} & \text{קיצוץ} \end{cases}$

exponent - e
p - מספר הספרות

$$x = d_0.d_1d_2 \dots d_{p-1} \cdot B^e$$

$$f(x) = d_0.d_1d_2d_3 \dots d_{p-1} \cdot B^e$$

הכחה בקירוב של קיצוץ

$$\Delta x = |x - f(x)| = |x - d_0.d_1d_2 \dots d_{p-1} B^e| =$$

$$= |0.000 \dots 0 \cdot B^e|$$

$$= |d_p B^e \cdot B^{-p}| \leq B^e \cdot B^{-p} \cdot B = B^{e-p+1}$$

$$f(x) = \left| \frac{x - f(x)}{x} \right| \leq \begin{cases} \frac{1}{2} B^{1-p} & \text{ציבור} \\ B^{1-p} & \text{קיצוץ} \end{cases}$$

הכחה בקירוב של קיצוץ:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{|x|} \leq \frac{B^{1-p+e}}{|x|} = B^{1-p}, |x| = |d_0.d_1d_2 \dots d_{p-1} B^e| \geq B^e, d_0 \neq 0$$

ההדרה בתקן float ישנה לשלטה בחישוב המספר.

Emachine - השלטה ה'חיות

$$|Emachine| \leq 2^{-23} \sim 1.19 \times 10^{-7} \text{ float}$$

$$|Emachine| \leq 2^{-52} \sim 2.22 \cdot 10^{-16} \text{ double}$$

תרגיל האם התצפת סדרה האינסוף בסמוך יכולה להתנגדה שונה

ע"י חישוב מקורב (מתחשב)?

אלכן, והחן.

וחשב את - 1,000,000 + 1,000,000 ק-2 פרטים שונות

כשיבוא כי קנותם ניתן לשנות בסמכות המעטירה.

$$1,000,000 + 1,000,000 = 10^6 + 10^6 \quad \text{פרק 1}$$

$$1,000,000 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{1,000,000 \text{ פעמים}} = 1,000,000 \quad \text{פרק 2}$$

אפשר להחליף יכופל עבור ק 6 שמתחברת המעטירה לקבץ כי

$$1,000,000 + 1 = 1,000,000$$

$$(1,000,000 + 1) = \underline{1,000,000} = 1 \cdot 10^6 = 1,000,000$$

שגיאת קירוב

תלמיד: יהיו f פונקציה שלמה N+1 פאזים קבוצות בקטע

[a, x] אצ"י טור טיילור מסביב נקודה אחרת

$$f(x) = \sum_{i=0}^N f^{(i)}(x_0) \frac{(x-x_0)^i}{i!} + R_{N+1}$$

$$R_{N+1} = f^{(N+1)}(c) \frac{(x-x_0)^{N+1}}{(N+1)!}$$

$$x_0 \leq c \leq x$$

תרגיל קחו את הפונקציה $f(x) = e^{2x}$ ע"י פתוח טור טיילור

עם מספר 2 סביב $x_0 = 1$ בקטע [1, 10] והצטוו להשגיאה

$$f(x) \sim e^2 + 2e^2(x-1) + \frac{4e^2(x-1)^2}{2}$$

$$R_3(x) = \frac{8e^{2c}(x-1)^3}{3!} \leq 8 \cdot e^{2c} \cdot \frac{9^3}{6}$$

$1 \leq c \leq 10$
 $x = 10$

פתרון:

$$\begin{aligned} f(1) &= e^2 \\ f'(1) &= 2e^2 \\ f''(1) &= 4e^2 \\ f'''(c) &= 8e^{2c} \end{aligned}$$