

מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 10

1. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים
ו- $A \subseteq X, B \subseteq Y$. הוכיחו: $\overline{A \times B} = \bar{A} \times \bar{B}$.

2. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. הוכיחו
שהמרחבים $X \times Y$ ו- $Y \times X$ הומאומורפיים.

3. יהי X מרחב טופולוגי. הוכיחו ש- X הוא
מרחב האוסדורף אך ורק אם התת-קבוצה
 $\{(x, x) \in X \times X \mid x \in X\}$ סגורה במרחב
המכפלה $X \times X$.

4. יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים ו- Y מרחב
האוסדורף. תהא $f: X \rightarrow Y$ פונקציה רציפה.
הוכיחו ש- $\{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$
קבוצה סגורה במרחב המכפלה $X \times Y$.

5. יהי $S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$
עם טופולוגיה המושרת מ- \mathbb{R}^2 .
תהא $f: S^1 \times S^1 \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה.
הוכיחו ש- $f(S^1 \times S^1) = [a, b]$ כאשר
 $a, b \in \mathbb{R}$.

