

## תורת התועלת (Utility Theory) - המשך

כדי שפונקציית התועלת תהיה קבילה, היא צריכה לקיים כמה תכונות.

נסמן: הגרלה בסיסית:

$$L = [p, A : 1 - p, B]$$

(כלומר נקבל  $A$  בהסתברות  $p$  ו- $B$  בהסתברות  $1 - p$ ) ( $L = \text{lottery}$ )

נגדיר יחסים של סדר:

$$\bullet A \succ B \text{ - מועדף על פני } B$$

$$\bullet A \sim B \text{ - אדישות בין } A \text{ ל-} B$$

### אקסיומות שפונקציית התועלת צריכה לקיים

• Orderability - סוכן רצינאלי חייב להעדיף מצב אחד על פני אחר או להיות אדיש ביניהם:

$$(A \prec B) \vee (A \succ B) \vee (A \sim B)$$

• Transitivity - אם הסוכן מעדיף את  $A$  על פני  $B$  ואת  $B$  על פני  $C$ , אז הוא מעדיף את  $A$  על פני  $C$ :

$$(A \succ B) \wedge (B \succ C) \implies (A \succ C)$$

• Continuity - אם מצב  $B$  נמצא מבחינת ההעדפה בין  $A$  ו- $C$  אזי קיימת הסתברות  $p$  כך שסוכן רצינאלי יהיה אדיש בין קבלת  $B$  בוודאות לבין ההגרלה שתוצאתה  $A$  בהסתברות  $p$  ו- $C$  בהסתברות  $1 - p$ :

$$(A \succ B \succ C) \implies \exists p [p, A : 1 - p, C] \sim B$$

• Substainability - אם סוכן אדיש בין שתי הגרלות  $A$  ו- $B$  אזי הסוכן אדיש גם בין הגרלות מורכבות יותר בהן מוחלף  $B$  ב- $A$ , ללא תלות בהסתברויות או בתוצאות האפשריות האחרות בהגרלה:

$$A \sim B \implies [p, A : 1 - p, C] \sim [p, B : 1 - p, C]$$

• Monotonicity - בהינתן שתי הגרלות שיש בהן את אותן מצבים  $A$  ו- $B$ , אם סוכן מעדיף את  $A$  על  $B$  אז הסוכן מעדיף גם הגרלה שיש לה הסתברות גדולה יותר עבור  $A$  מבין השתיים (וליהיפך):

$$A \succ B \implies p > q \iff [p, A : 1 - p, B] \succ [q, A : 1 - q, B]$$

• Decomposability - הגרלות מורכבות ניתן לצמצם להגרלות פשוטות יותר תוך שימוש בחוקי ההסתברות - כלומר סוכן לא יעדיף הגרלה רק בגלל שיש בה יותר נקודות החלטה:

$$[p, A : 1 - p, [q, B, 1 - q, C]] \sim [p, A : (1 - p)q, B : (1 - p)(1 - q), C]$$

## Certainty Equivalent

כמה שווה לי לשלם בשביל להיפטר מאי וודאות? למשל, כמה שווה לי לשלם על ביטוח?  
CE (Certainty Equivalent) זו הנקודה שבה אנו אדישים בין הגרלה מסויימת לבין תועלת וודאית מסויימת:

$$u(\text{CE}(p)) = E_p[u(x_i)] = U(p)$$

- ההפרש בין שני הערכים נקרא risk premium:

$$\text{RP}(p) = E_p(x_i) - \text{CE}(p)$$

זה בעצם כמה הסוכן מוכן לוותר על התוחלת בשביל לקבל וודאות

- כאשר ה-CE קטן מתוחלת ההגרלה מקבל ההחלטה נקרא risk avert

– זה קורה כאשר פונקציית התועלת קעורה לכל  $x$ :  $\forall_x u''(x) \leq 0$

- כאשר ה-CE שווה לתוחלת ההגרלה מקבל ההחלטה נקרא risk neutral

– זה קורה כאשר פונקציית התועלת לינארית:  $\forall_x u''(x) = 0$

- כאשר ה-CE גדול מתוחלת ההגרלה מקבל ההחלטה נקרא risk loving

– זה קורה כאשר פונקציית התועלת קמורה לכל  $x$ :  $\forall_x u''(x) \geq 0$

## רציונאליות מוגבלת

### סימלון מערכות

נבדיל בין שני סוגים:

- האינדיבידואלים משתפים פולה(למשל - אירוע חילוץ)
- האינדיבידואלים הם אינטרסנטים:
- סוכנים(מערכות אוטומטיות) - למשל טייסים אוטומטים
- אנשים - הרבה יותר מורכב:
- \* קשה לחזות אסטרטגיה
- \* לא יודעים מה הם יעשו כשהסביבה משתנה
- \* לא יודעים מה הם יעשו כשהסיטואציה משתנה

### הבעיה

איך אפשר לסמלן הרבה אינדיבידואלים שיהיו להם התנהגויות שייצגו את האוכלוסיה שאנחנו רוצים לסמלן? אנחנו רוצים שהפרופורציה של ההתנהגויות תהיה פחות או יותר כמו באוכלוסיה האמיתית.

### איך פתרו את זה בעבר?

- מתייעצים אם מומחים - Domain Experts - אנשים שמכירים את התחום
- מאוד יקר
- גם למומחה קשה לחזות מה יהיה במציאות
- סטטיסטיקות
- מה שראינו נכון למה שהיה שם - זה לא בהכרח נכון לבעיה החדשה שאנחנו מנסים לפתור

### הבעיה עם תורת המשחקים

תורת המשחקים מניחה שמקבלי ההחלטה הם בעלי רציונליות בלתי מוגבלת:

- בעלי זיכרון אינסופי ומשאבי חישוב אינסופיים
- מסוגלים לפתור בעיות אופטימיזציה מורכבות באופן מיידי
- מעוניינים במיסקוסם תועלת הניתנת לכימות בקלות

הבעיה - במציאות זה לא עובד ככה!

## מודלים התנהגותיים של קבלת החלטות

- יוצאים מנקודת הנחה שהאדם הוא:
  - בעל יכול קוגניטיבית מוגבלת
  - בעל רציונליות מוגבלת
- מקבל ההחלטה במודל:
  - עמוד בפני בעיה שלא תמיד מוגדרת היטב
  - לא בהכרח מכיר את כל האלטרנטיבות ואת תוצאותיהן
  - בוחר לעיתים תוצאות מספקות ולא רציונליות
- עוד דברים שמקשים:
  - הבעיות לא חוזרות על עצמן
  - לחץ זמן ומגבלות על האינפורמציה הזמינה
  - אתיקה

## אינטואיציה

היכולת לזהות בצורה מהירה את האפשרויות העומדות בפנינו במצב מסויים

## יכולת שיפוט

- היכולת להפעיל "כללי אצבע" או אסטרטגיות פשוטות:
- קבלת החלטה בעקבות מישהו אחר שאנחנו חושבים שהוא יודע מה הוא עושה
  - קבלת החלטה לפי אירוע/סיטואציה דומה שאנו מכירים
  - החלטה לפי threshold - "אם האוטובוס לא מגיע תוך 3 דקות אני חוזר הביתה"

## אולטימטום

יש שני שחקנים - מציע ומשיב:

- המציע נותן הצעה לחלוקה
  - אם המשיב מסכים - ההצעה מתקבלת
  - אם לא - אף אחד לא יקבל כלום
- מבחינה רציונאלית, המשיב תמיד צריך לקבל אם החלק שלו חיובי. בפועל, ניסויים הראו ש:
- הצעות של פחות מ-20% בדרך כלל נדחות
  - בתרבויות שונות מציעים אפילו 50%
  - ניסויים באינדונזיה הראו שגם סכום של 30 דולר מתוך 100 - שזה שווה לשכר של שבועיים עבודה - נדחה לעיתים קרובות
  - הסבר אפשרי - שימוש בפונקציית תועלת כללית