

# הנימוק

עמ' 65:

בשביל להוכיח שטענה מסוימת ( $n$ )  $P(n)$  נבונה עבור כל מספר טבעי (למשל  $(1 + 2 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$ ) מספיק להוכיח את הבאים:

- (בסיס האינדוקציה) הטענה מתקיימת עבור  $1 = n$  בולם ( $P(1)$  מתקיים)
- (צעד האינדוקציה) אם הטענה נבונה עבור מספר טבעי מסוים אזי היא נבונה גם עבור  $n+1$ .  $P(n) \Rightarrow P(n+1)$

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

גאה זו אופץ?

דוגמא: נוביח באינדוקציה כי הטענה כי  $(1 + 2 + \dots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3$  נבונה לכל  $n \in \mathbb{N}$  טבעי

$$1^2 = 1^3$$

הנימוק: נסמן  $n=1$

$$1^3 + \dots + n^3 = (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)^2$$

הציג: פה נראות נגעים

עליהם נשים  $n+1$

$$\begin{aligned} (1^2 + 2^2 + \dots + n^2 + (n+1)^2)^2 &= (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)^2 + 2 \cdot (1^2 + 2^2 + \dots + n^2) \cdot (n+1) + (n+1)^2 = \\ &= 1^3 + \dots + n^3 + 2(n+1) \cdot \frac{n}{2}(n+1) + (n+1)^2 = \\ &= 1^3 + \dots + n^3 + n(n+1)^2 + (n+1)^2 = \\ &= 1^3 + \dots + n^3 + (n+1)^2(n+1) \end{aligned}$$

$$1^3 + \dots + (n+1)^3 = (1^2 + \dots + n^2)^2$$

$\leftarrow (n+1)^3$

הוכיח כי לכל מספר טבעי  $n$  מתקיים כי  $(n+1)n = n(n+1)$

לכל  $n \in \mathbb{N}$  נקבע  $\eta_n = \frac{1}{n}$  ו $\alpha_n = 1 + \frac{1}{n}$

$$2+4+...+2n = n(n+1) - 2(n+1) = (n+1)(n-2) \quad \checkmark$$

**לפעמים כדאי להניח הנחות חזקות יותר**

### תרגיל:

$$. a_0 = 0, a_{n+1} = a_n^2 + 1/4$$

הוכח כי לכל  $\epsilon$  מקיימים  $1 <$

$$a_{n+1} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} < \frac{1}{2} \quad \underline{-n=1}$$

$$a_{n+1} = \underbrace{a_n^2}_{< \left(\frac{1}{2}\right)^2} - \frac{1}{4} < \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow a_{n+1} < \frac{1}{2}$$

תְּהִלָּה שְׁגַן פְּרִי הַמִּזְבֵּחַ נֶאֱמָנָה נֶעֱמָנָה נֶעֱמָנָה

תבונת גיאוגרפיה גדרית מושגית מושגית גדרית גיאוגרפיה

הנחתה  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$  ב.ב. מילון הולך ונזקף ב- $n$  מילים ו- $k$  מילים.

לעומת פ' 10(1) – אין ספק מה שבסוגי מטען חשמלי  $a_n^2 = \delta$

## הכללה פשוטה 1

הכללה ישרה מתחכמת בך (החלפה רק של הטענה הראשונה): אם נוביך עבור טענה ( $n$ ) ש:

- הטענה מתקיימת עבור  $k = n$  מסויים בלומר ( $P(k)$  מתקיים

• אם הטענה נבונה עבור מספר טבעי אדי היא נבונה גם עבור המספר הבא אחריו.

$$\text{בלומר } (P(n) \Rightarrow P(n+1))$$

אך באופן דומה הטענה נבונה ( $n$ ) נבונה עבור  $k \geq n$

בלומר - במקרה מסוים הינה  $n = 1$  ואך הטענה מתקיימת החל מ-1 ניתן להוכיח עבור  $k = n$

ואך הטענה מתקיימת החל מ- $k-1$

דוגמאות:

הוכחה כי לכל  $x > 0$  מתקיים  $x^n > 1 + nx$  לכל  $n \geq 1$

$$(1+x)^n > 1+nx \quad : n=2 \quad \text{(ראה סעיפים 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 995, 996, 997, 998, 999, 999, 1000, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1009, 1010, 1011, 1012, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1019, 1020, 1021, 1022, 1023, 1024, 1025, 1026, 1027, 1028, 1029, 1029, 1030, 1031, 1032, 1033, 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1039, 1039, 1040, 1041, 1042, 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1049, 1050, 1051, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1059, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063, 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1069, 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075, 1076, 1077, 1078, 1079, 1079, 1080, 1081, 1082, 1083, 1084, 1085, 1086, 1087, 1088, 1089, 1089, 1090, 1091, 1092, 1093, 1094, 1095, 1096, 1097, 1098, 1099, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1107, 1108, 1109, 1109, 1110, 1111, 1112, 1113, 1114, 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1119, 1120, 1121, 1122, 1123, 1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1129, 1130, 1131, 1132, 1133, 1134, 1135, 1136, 1137, 1138, 1139, 1139, 1140, 1141, 1142, 1143, 1144, 1145, 1146, 1147, 1148, 1149, 1149, 1150, 1151, 1152, 1153, 1154, 1155, 1156, 1157, 1158, 1159, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163, 1164, 1165, 1166, 1167, 1168, 1169, 1169, 1170, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1179, 1180, 1181, 1182, 1183, 1184, 1185, 1186, 1187, 1188, 1189, 1189, 1190, 1191, 1192, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197, 1198, 1198, 1199, 1199, 1200, 1201, 1202, 1203, 1204, 1205, 1206, 1207, 1208, 1209, 1209, 1210, 1211, 1212, 1213, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1219, 1219, 1220, 1221, 1222, 1223, 1224, 1225, 1226, 1227, 1228, 1229, 1229, 1230, 1231, 1232, 1233, 1234, 1235, 1236, 1237, 1238, 1239, 1239, 1240, 1241, 1242, 1243, 1244, 1245, 1246, 1247, 1248, 1249, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1257, 1258, 1259, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1266, 1267, 1268, 1269, 1269, 1270, 1271, 1272, 1273, 1274, 1275, 1276, 1277, 1278, 1279, 1279, 1280, 1281, 1282, 1283, 1284, 1285, 1286, 1287, 1288, 1289, 1289, 1290, 1291, 1292, 1293, 1294, 1295, 1296, 1297, 1297, 1298, 1299, 1299, 1300, 1301, 1302, 1303, 1304, 1305, 1306, 1307, 1308, 1309, 1309, 1310, 1311, 1312, 1313, 1314, 1315, 1316, 1317, 1318, 1319, 1319, 1320, 1321, 1322, 1323, 1324, 1325, 1326, 1327, 1328, 1329, 1329, 1330, 1331, 1332, 1333, 1334, 1335, 1336, 1337, 1338, 1339, 1339, 1340, 1341, 1342, 1343, 1344, 1345, 1346, 1347, 1348, 1349, 1349, 1350, 1351, 1352, 1353, 1354, 1355, 1356, 1357, 1358, 1359, 1359, 1360, 1361, 1362, 1363, 1364, 1365, 1366, 1367, 1368, 1369, 1369, 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375, 1376, 1377, 1378, 1379, 1379, 1380, 1381, 1382, 1383, 1384, 1385, 1386, 1387, 1388, 1389, 1389, 1390, 1391, 1392, 1393, 1394, 1395, 1396, 1397, 1398, 1398, 1399, 1399, 1400, 1401, 1402, 1403, 1404, 1405, 1406, 1407, 1408, 1409, 1409, 1410, 1411, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1417, 1418, 1419, 1419, 1420, 1421, 1422, 1423, 1424, 1425, 1426, 1427, 1428, 1429, 1429, 1430, 1431, 1432, 1433, 1434, 1435, 1436, 1437, 1438, 1439, 1439, 1440, 1441, 1442, 1443, 1444, 1445, 1446, 1447, 1448, 1449, 1449, 1450, 1451, 1452, 1453, 1454, 1455, 1456, 1457, 1458, 1459, 1459, 1460, 1461, 1462, 1463, 1464, 1465, 1466, 1467, 1468, 1469, 1469, 1470, 1471, 1472, 1473, 1474, 1475, 1476, 1477, 1478, 1479, 1479, 1480, 1481, 1482, 1483, 1484, 1485, 1486, 1487, 1488, 1489, 1489, 1490, 1491, 1492, 1493, 1494, 1495, 1496, 1497, 1498, 1498, 1499, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505, 1506, 1507, 1508, 1509, 1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516, 1517, 1518, 1519, 1519, 1520, 1521, 1522, 1523, 1524, 1525, 1526, 1527, 1528, 1529, 1529, 1530, 1531, 1532, 1533, 1534, 1535, 1536, 1537, 1538, 1539, 1539, 1540, 1541, 1542, 1543, 1544, 1545, 1546, 1547, 1548, 1549, 1549, 1550, 1551, 1552, 1553, 1554, 1555, 1556, 1557, 1558, 1559, 1559, 1560, 1561, 1562, 1563, 1564, 1565, 1566, 1567, 1568, 1569, 1569, 1570, 1571, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576, 1577, 1578, 1579, 1579, 1580, 1581, 1582, 1583, 1584, 1585, 1586, 1587, 1588, 1589, 1589, 1590, 1591, 1592, 1593, 1594, 1595, 1596, 1597, 1598, 1598, 1599, 1599, 1600, 1601, 1602, 1603, 1604, 1605, 1606, 1607, 1608, 1609, 1609, 1610, 1611, 1612, 1613, 1614, 1615, 1616, 1617, 1618, 1619, 1619, 1620, 1621, 1622, 1623, 1624, 1625, 1626, 1627, 1628, 1629, 1629, 1630, 1631, 1632, 1633, 1634, 1635, 1636, 1637, 1638, 1639, 1639, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1645, 1646, 1647, 1648, 1649, 1649, 1650, 1651, 1652, 1653, 1654, 1655, 1656, 1657, 1658, 1659, 1659, 1660, 1661, 1662, 1663, 1664, 1665, 1666, 1667, 1668, 1669, 1669, 1670, 1671, 1672, 1673, 1674, 1675, 1676, 1677, 1678, 1679, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684, 1685, 1686, 1687, 1688, 1689, 1689, 1690, 1691, 1692, 1693, 1694, 1695, 1696, 1697, 1698, 1698, 1699, 1699, 1700, 1701, 1702, 1703, 1704, 1705, 1706, 1707, 1708, 1709, 1709, 1710, 1711, 1712, 1713, 1714, 1715, 1716, 1717, 1718, 1719, 1719, 1720, 1721, 1722, 1723, 1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1729, 1730, 1731, 1732, 1733, 1734, 1735, 1736, 1737, 1738, 1739, 1739, 1740, 1741, 1742, 1743, 1744, 1745, 1746, 1747, 1748, 1749, 1749, 1750, 1751, 1752, 1753, 1754, 1755, 1756, 1757, 1758, 1759, 1759, 1760, 1761, 1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1769, 1769, 1770, 1771, 1772, 1773, 1774, 1775, 1776, 1777, 1778, 1779, 1779, 1780, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786, 1787, 1788, 1789, 1789, 1790, 1791, 1792, 1793, 1794, 1795, 1796, 1797, 1798, 1798, 1799, 1799, 1800, 1801, 1802, 1803, 1804, 1805, 1806, 1807, 1808, 1809, 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815, 1816, 1817, 1818, 1819, 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1824, 1825, 1826, 1827, 1828, 1829, 1829, 1830, 1831, 1832, 1833, 1834, 1835, 1836, 1837, 1838, 1839, 1839, 1840, 1841, 1842, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848, 1849, 1849, 1850$$

תרגיל

זהה  $A$  פסוק. נגידיר בעדרת אינדוקציה פסוקים:  $P_0 = A, P_n = (P_{n-1}) \rightarrow A$  הוכיחו כי  $P_n$  טואוטולוגיה באשר  $n$  אי-זוגי.

$$P_1 = P_0 \rightarrow A$$

✓  $A \rightarrow A$

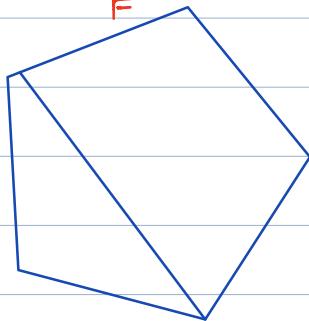
לראות  $P_{n+2}$  נכון  $\forall n \in \mathbb{N}$

$$P_{n+2} = P_{n+1} \rightarrow A = (P_n \rightarrow A) \rightarrow A$$

ג. הוכיח ( $\exists T \in P_m$ )

$$A \equiv T: (T \rightarrow T) \rightarrow T$$

$$A \equiv F: (T \rightarrow F) \rightarrow F$$

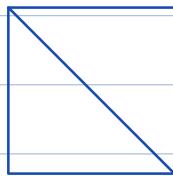


הוכיחו בעדרת אינדוקציה כי כל מצלע קמור (כלומר הצלע בין כל שני קודקודים נמצא בפנים המצלול) בן  $\geq 3$  צלעות ניתן לשילוש (כלומר ניתן לחלק אותו למשולשים) ושיש בשילוש  $3 - n$  אלכסונים.

פתרון: עבור  $3 = n$ : מצלע קמור בן 3 צלעות חייב להיות משולש (יתכן בעיות בלשואו) ולכן הוא ניתן לשילוש ע"י  $3 - 3 = 0$  אלכסונים.

הא נזקוק לאור  $m$  לא  $n$  צלעות.

נראה זו היא גורם, תחילה נזכיר נקודות.



$M_2, M_1, M_0$

$\int_{M_2} \rightarrow \text{מצלע נקי} \quad k-1 \quad \left| \quad \text{מצלע } k-M_1 \right.$

$n-1-(k-1)=n-k+2$  נקבעו על  $m_2, M_1$ . (באותם וקטורים)

$n-k+3 \quad m_2 = \int \quad \text{מצלע } m_2$

$$3 \leq k, \quad n-k+3 < n+1$$

בנוסף  $n-k m_2, m_1, M_1$  מופיעים  $k-3$  בקדמת  $M_2, M_1, M_0$  הנקודות.

בנוסף  $3$  נקבעו  $n-3$  בקדמת  $M_2, M_1, M_0$ .

כך  $n-k+3 = n-2$ , גודלו, גודלו  $(n-1)-3 = n-2$  גודלו, גודלו.

## ازהרה

איןדוקציה היא כדי חזק אך יש לשים לב כי משתמשים בו נוכנה.

דוגמא מפורסמת להוכחת שגואה באינדוקציה היא הדוגמא הבא:

טענה: בכל קבוצה של סוסים לא ריקה מכילה סוסים מצבע יחיד.

"הוכחה": נוכיח בודדת אינדוקציה על מספר האיברים בקבוצת הסוסים.

עבור  $1 = n$  אבן מתקיים כי קבוצה עם סוס אחד מבילה רק סוסים מצבע יחיד

בעת נניח כל קבוצה עם  $n$  סוסים מבילה סוסים רק מצבע יחיד ונוכיח את הטענה לקבוצת סוסים  
מגודל  $1 + n$

תהא  $\{ h_1, h_2, \dots, h_n, h_{n+1} \}$  קבוצה עם  $1 + n$  סוסים אזי לפי הנחת האינדוקציה

$\{ h_1, h_2, \dots, h_n, h_{n+1} \} \cup H_1 = \{ h_1, h_2, \dots, h_n \}$  הן קבוצות שמכילות סוסים מצבע

יחיד (כי אילו קבוצות סוסים מוגדל  $n$ ) ולכן כל הסוסים ב  $H$  ג"כ בעלי צבע יחיד (כי יש חיפפה

בין  $H_1$  ובין  $H_2$ .

$$n=2 \text{ } \cup \text{ } n=1 \text{ } \rightarrow \text{ } \forall n \in \mathbb{N}$$

# הארכיט

הארכיט בפונקציית גזירה. נסמן  $f$  בפונקציית גזירה - גזירה

$$\{1, 2, 3\} \quad \{1, \textcircled{1}, \textcircled{3}\}, \quad \{7, \{\}\}$$

הארכיט בפונקציית גזירה, מינימום ומקסימום

$$x \in A \text{ ו } A \text{ הוא קבוצה סגורה} \rightarrow \text{מינימום}$$

$$x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow A \subseteq B \quad B \supseteq \text{מינימום} \rightarrow \text{מקסימום}$$

דוגמאות:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \rightarrow \{abi : a, b \in \mathbb{R}\}$$

Natural  $\{1, 2, \dots\}$   $\xrightarrow{\text{מספר}}$   
 $\{..., -1, 0, 1, 2, \dots\}$   $\xrightarrow{\text{מספר}}$   
 $\left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \right\}$   $\xrightarrow{\text{מספר}}$

?  $\mathbb{N} \subset \mathbb{C} / \mathbb{N}$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \rightarrow \text{ט}$$

$$4 \in \{1, 2, 3\} \rightarrow \text{ט}$$

$$1 \in \{\{1, 2, 3\}\} \rightarrow \text{ט}$$

**תרגיל**

מצאו קבוצות A,B כך ש:

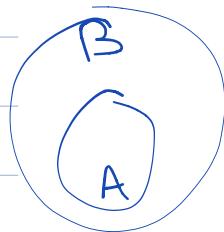
- 1  $A \in B, A \subseteq B$ .
- 2  $A \in B, A \not\subseteq B$ .
- 3  $A \notin B, A \subseteq B$ .
- 4  $A \notin B, A \not\subseteq B$ .

1)  $A = \{1, 2, 3\}$      $B = \{1, 2, 3, \{1, 2, 3\}\}$

2)  $B = \{1, 2, \{1, 2, 3\}, \{\{1, 2, 3\}\}\}$

3)  $B = \{1, 2, 3, 4, \{1, 2\}\}$

4)  $\{\emptyset\}$

**תרגיל**נתו  $B = \{\phi, \{\phi\}\}$  ונתו  $A = \{\phi\}$ . סמן את הביטויים הנכונים:

1)  $\phi \subseteq B$  .1

2)  $\phi \in \phi$  .2

3)  $\phi \subseteq \phi$  .3

4)  $A \subseteq B$  .4

5)  $A \in B$  .5

6)  $A \cup B = B$  .6

7)  $A \cap B = \phi$  .7

$C = \{1, 2, 3\}$      $D = \{3, 4\}$      $C \cap D = \{3\}$

## איחוד ופער

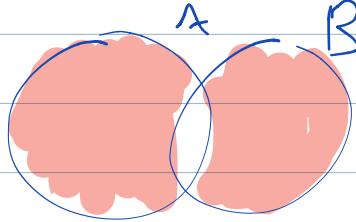
$$A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$$

$$A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$$

$$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \supseteq B$$

$$A \setminus B \Leftrightarrow (x \in A) \wedge (x \notin B)$$

$$A \Delta B \Leftrightarrow [(x \in A) \wedge (x \notin B)] \vee [(x \notin A) \wedge (x \in B)] \Leftrightarrow A \cup B \setminus A \cap B$$



- חיתוך

- איחוד

- פער

- נטול

- איחוד פערני.

: קבוצה

$$A = \{1, 2, 5\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 5\}$$

$$A \cup B =$$

$$(A \cup B) \cap C =$$

$$A \cup (B \cap C) =$$

$$B \cap C =$$

$$C \setminus A =$$

$$B \Delta C =$$

$$A \Delta C =$$

tabunot ha-ayichud v-hachitton (doma la-kafel v-chiburo)

• אסוציאטיביות:  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B$  (וכן"ל לגבי איחוד)

• חילוף:  $A \cap B = B \cap A$  (וכן"ל לגבי איחוד)

• דיסטריבוטיביות:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ , וגם  
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$