בס"ד

## הרצאה 1:

70% בחינה

30% בחנים

stasbur@gmail.com

בנין 202 חדר 314

## מכניקה ניוטון:

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$

תנע $\qquad \vec{p} = m\vec{v}$

תנע זוויתי $\qquad \vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$

אנרגיה $\qquad \frac{1}{2}mv^2 + U(r)$

## חוק שני של ניוטון:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} \xrightarrow{\text{כאשר מסה קבועה}} m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

תנע קווי - $\vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{r}$ - מיקום

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

**חוק שימור:** עבור $\vec{F} = 0$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = const$$

**תנע זוויתי:** $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$

**מומנט כח:** $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\vec{r}\times m\vec{v}) - \frac{d\vec{r}}{dt}\times(m\vec{v})$$

$$\vec{\tau} = \frac{d}{dt}(\vec{r}\times m\vec{v}) = \frac{d}{dt}\vec{L}$$

עבור מומנט כח ששווה ל-0

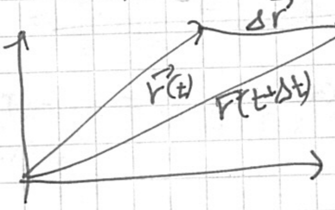
$\vec{\tau} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\vec{L} = 0$

$\vec{L} = const$

**עבודה:**

$$W_{r_1\to r_2} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{s}$$

$$\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = \Delta\vec{r} = \Delta\vec{s}$$

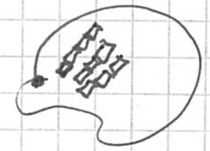


$$d\vec{s} = \vec{V}dt$$

$$W_{\vec{r_1}\to\vec{r_2}} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \vec{F}\cdot\vec{V}dt = m\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\vec{V}dt = m\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \frac{1}{2}\cdot\frac{d}{dt}(\vec{V}\cdot\vec{V})$$

$$= \frac{1}{2}m\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \frac{d}{dt}(\vec{V})dt = \underbrace{\frac{1}{2}m(\vec{V_2})^2}_{\text{אנרגיה קינטית}} - \frac{1}{2}m(\vec{V_1})^2$$

כוחות ~~משמרים~~ משמרים:



$$\oint \vec{F}\cdot d\vec{s} = 0$$

כל שביל

$$0 = \underbrace{\oint \vec{F}\cdot d\vec{s}}_{\text{משפט סטוקס}} = \int_{\text{שטח כלשהו}} \vec{\nabla}\times\vec{F}\cdot d\vec{A}$$

בגלל שאני יכול לבחור כל שטח

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = 0$$

$$\vec{F} = -\nabla\cdot(V)$$

$$\nabla\times(\nabla(\text{לא משנה})) = 0$$

$$V(x,y,z)$$

פוטנציאל של קפיץ $\rightarrow \frac{1}{2}kx^2$

$$F(x) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

$$\vec{F} = -\nabla V$$

$$\vec{F}\cdot d\vec{s} = -\nabla V\cdot d\vec{s}$$

$$\nabla V\cdot d\vec{s} = -\frac{\partial V}{\partial s}ds$$ — גזירה לאורך מסלול.

$$W_{r_1\to r_2} = -\int_{r_1}^{r_2}\frac{\partial V}{\partial s}ds = V(r_2) - V(r_1)$$

$V_1 - V_2$ $W_{r_1\to r_2} = T_2 - T_1$

$$T = \frac{1}{2}mV^2$$

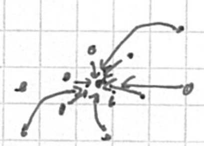
$$\boxed{V_1 + T_1 = V_2 + T_2}$$

חוק שימור אנרגיה עבור כוחות משמרים.

מערכות עם הרבה מסות:

$$\sum_j \vec{F}_{ji} + \vec{F}_i^{(e)} = \dot{\vec{P}}_i$$

כוח חיצוני



$$\sum_i \sum_j \vec{F}_{ji} + \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{p}_i$$

$$\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}$$ — חוקו השלישי של ניוטון

$$0 + \vec{F}^{(e)} = \sum_i \dot{\vec{p}}_i = \sum_i m_i \dot{\vec{v}}_i$$

כוח חיצוני כולל $\sum_i \vec{F}_i^{(e)}$

מרכז מסה -

$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\sum_i m_i = M$$

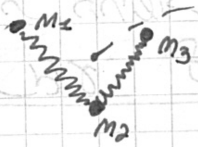
$$\vec{F}^{(e)} = \left(\sum_i m_i \ddot{r}_i\right) = \sum m_i \left(\frac{\sum m_i \ddot{r}_i}{\sum_i m_i}\right)$$

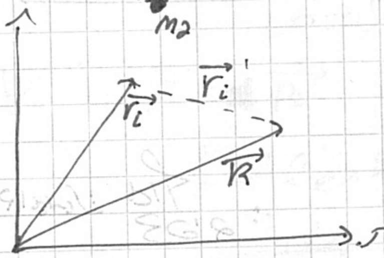
$$\vec{F}^{(e)} = M\ddot{\vec{R}}$$

$$\vec{F}^{(e)} = \dot{\vec{P}}$$

$$\vec{P} = M\dot{\vec{R}}$$

מרכז המסה מתנהג בצורה פשוטה.




$$\vec{r}_i = \vec{R} + \vec{r}_i'$$

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{R}} + \dot{\vec{r}}_i'$$

מערכת מרכז המסה היא מערכת אינרציאלית

תנע זויתי של מערכת עם מספר מסות:

תנע זויתי כולל $\rightarrow \vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \sum_i (\vec{R} + \vec{r}_i') \times m_i (\dot{\vec{R}} + \dot{\vec{r}}_i')$

$$= \sum_i \vec{R} \times m_i \dot{\vec{R}} + \sum_i \vec{r}_i' \times m_i \dot{\vec{r}}_i' + \sum_i \vec{r}_i' m_i \times \dot{\vec{R}} + \sum_i \vec{R} \times m_i \dot{\vec{r}}_i'$$

$$\sum_i \vec{r}_i' m_i \times \dot{\vec{R}} = \left(\sum \vec{r}_i' m_i\right) \times \dot{\vec{R}} = 0 \times \dot{\vec{R}} = 0$$

מיקום מרכז המסה יחסית למרכז המסה.

$$\sum_i \vec{R} \times m_i \dot{\vec{r}}_i' = \vec{R} \times \sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i' = \vec{R} \times \left(\sum_i m_i \dot{\vec{r}}_i'\right) = \vec{R} \times 0 = 0$$

לכן

$$\vec{L} = \underbrace{\vec{R} \times \dot{\vec{R}} \sum_i m_i}_{\vec{R} \times \vec{p}} + \sum_i \vec{r}_i' \times \vec{p}_i'$$

$$\boxed{\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p} + \sum \vec{r}_i' \times \vec{p}_i'}$$

מאוד קל לחשב תנע זויתי יחסית למרכז המסה.

אנרגיה של מערכת מסות:

$$W_{1\to 2} = \sum_i \int_1^2 \vec{F}_i \cdot d\vec{s}_i =$$

$$W_{12} = T_1 - T_2 = \sum_i \int_1^2 \left[\vec{F}_i^{(e)} + \sum_j \vec{F}_{ij}\right] \cdot d\vec{s}_i$$

$$T = \sum_i \frac{1}{2} m v_i^2$$