

אלגברה לינארית 2, מדעי המחשב, סמסטר קיץ תשעט, מועד א'

מרצה: תמר בר-און.
מתרגל: אריאל ויצמן.
ענו כל השאלות.
משקל כל שאלה: 27 נקודות.
בשאלות חישוביות, יש להראות במפורש את כל החישובים.
חומר עזר: מחשבון פשוט.
בהצלחה!

1. לכסנו אוניטרית את המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. כלומר, מצאו מטריצה אוניטרית P ומטריצה אלכסונית D כך ש $P^*AP = D$.

2. יהי \mathbb{R}^4 מרחב מכפלה פנימית, עם המכפלה הפנימית הסטנדרטית. חשבו את ההיטל של הוקטור $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ על התת מרחב W^\perp , כאשר $W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$.

3. יהי $n \geq 2$ ותהי $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, מטריצה שמקיימת: $\forall i, j : A_{i,j} = i+j$. הוכיחו שקיימים לה לפחות שני ערכים עצמיים ממשיים שונים.

4. תהי $T : V \rightarrow V$ העתקה לכסינה, ותהי $S : V \rightarrow V$ העתקה כלשהי. הוכיחו: $ST = TS$ אם "א", לכל λ ערך עצמי של T , V_λ (המרחב העצמי של הע"ע λ) הוא S -אינווריאנטי. (תזכורת, אם $S : V \rightarrow V$ ו $W \leq V$, אז נגיד ש W הוא S -אינווריאנטי אם לכל $w \in W$, $S(w) \in W$).