

## מבוא לטופולוגיה - תרגיל בית 7

1. יהיו  $\tau_1, \tau_2$  טופולוגיות על  $X$ . ו-  $B_1$ - בסיס ל-  $(X, \tau_1)$ .  
הוכיחו ש-  $\tau_1 \subseteq \tau_2$  אם ורק אם  $B_1 \subseteq \tau_2$ .

2. יהי  $B_1$  בסיס של טופולוגיה במ"ט  $(X, T)$ . יהי  $B_2$  אוסף קבוצות פתוחות ב-  $(X, T)$  כך שלכל  $V \in B_1$  ולכל  $x \in V$  קיימת קבוצה  $U \in B_2$  המקיימת  $x \in U \subseteq V$ .  
הוכיחו ש-  $B_2$  בסיס של  $T$ .

3. הוכיחו שרכיבי קשירות של מרחב סורגנפריי הם נקודונים.

4. תהי  $A, X \subseteq \mathbb{R}^2$  מוגדרות באופן הבא:

$$X = A \cup \{(0,0)\}, \quad A = \{x, \sin \frac{1}{x} \mid x \in (0, \infty)\}$$

הוכיחו ש-  $A$  תת מרחב קשיר מסילתית ו-  $X$  תת מרחב קשיר.

5. תהי  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  קבוצה של כל הנקודות  $a(x, y)$  שלפחות אחת מהקואורדינטות  $x, y$  רציונלית.  
הוכיחו ש-  $A$  תת מרחב קשיר מסילתית.