

בחינה סופית בחשבון אינפיניטסימלי 2 מדמ"ח – 89-133

מועד א' תשע"ט

מרצים: שמעון ברוקס, אלעד עטיא
מתרגלים: דורון פרלמן, ניקול בלשוב, עדי בן צבי, עקיבה מלכה, לירז כתיב, אורלי בארשבסקי
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: מחשבון

שאלון סגור לסריקה

ענו על כל השאלות

חלק א' – נכון/לא נכון : הקיפו את התשובה הנכונה (4 נקודות כל אחת)

1.

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx = \ln(3)$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

2. אם f אינטגרבילית בקטע $[a, b]$, וקיים קבוע $c \in \mathbb{R}$ כך שלכל $q \in \mathbb{Q}$ רציונלי מתקיים $f(q) = c$, אזי $\int_a^b f(x) dx = cb - ca$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

3. אם $\int_1^\infty f(x) dx$ מתכנס, אז $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

4. האורך של הגרף $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ מהנקודה $(0, 1)$ לנקודה $(\ln 2, 1.25)$ הוא $\frac{3}{2}$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

5. הפונקציה $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\sin(nx)}}{n^2}$ מוגדרת ורציפה בכל \mathbb{R} .

(א) נכון

(ב) לא נכון

6. יהי $f_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ בעל רדיוס התכנסות R_1 , ויהי $f_2(x) = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^n$ בעל רדיוס התכנסות R_2 . אזי $R_1 > R_2$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

7. אם $f(x) = x^2 \sin(x^3)$, אז $f^{(49)}(0) = 0$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

$$8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n+1}}{(2n+1)!} = 0$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

9. תהי f דיפרנציאבילית (גזירה). אזי

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

(א) נכון

(ב) לא נכון

10. אם f דיפרנציאבילית (גזירה) בנקודה (x_0, y_0) והנגזרת הכיוונית בנקודה זו מתאפסת לשלושה כיוונים שונים, אזי $\nabla f(x_0, y_0) = (0, 0)$.

(א) נכון

(ב) לא נכון

חלק ב' – כל שאלה 14 נקודות

1. תהי f רציפה, עבורה $\int_0^\infty f(x)dx = \infty$. הוכיחו כי גם:

$$\int_1^\infty \frac{f(x)}{\int_0^x f(t)dt} dx = \infty$$

(רמז: התבוננו בפונקציה $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.)

2. לכל אחד מהאינטגרלים הבאים, קבעו האם האינטגרל מתכנס או מתבדר:

(א) (5 נקודות)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x^2} dx$$

(ב) (5 נקודות)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x^2 - 1} dx$$

(ג) (4 נקודות)

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)}{x^2 + 1} dx$$

3. נגדיר פונקציה

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

בקטע $[a, \infty]$, כאשר $a > 1$. הוכיחו כי

$$f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{\ln(n)}{n^x}$$

לכל $x \in [a, \infty]$

4. מצאו מקסימום ומינימום מוחלטים של הפונקציה

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4y$$

בתחום הדיסק

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

5. חשבו את האינטגרל הכפול

$$\iint_D e^{\frac{x}{y}} dx dy$$

כאשר D הוא התחום הכלוא בין העקומות $x = 0$, $y = 1$, $y = \sqrt{x}$

בהצלחה רבה!

