

בס"ד. אוגוסט 2014 אוניברסיטת בר אילן, רמת גן.

קורס: מבט מתקדם על מתמטיקה תיכונית 2 מועד: ב' מרצה: אריה אברון-הוברמן  
מתרגל: ארז שיינר

ענו על 4 שאלות. לרשותכם 3 שעות. כל חומר עזר מותר בשימוש. בהצלחה!

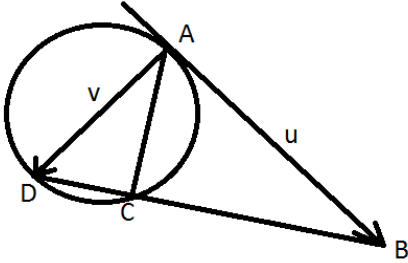
1. AB הוא משיק למעגל ו-AD מיתר במעגל.

$$\overrightarrow{AD} = v, \overrightarrow{AB} = u$$

$$\overrightarrow{BC} = t\overrightarrow{BD}, |u| = 3, \sphericalangle CAB = 53.13^\circ$$

א. מצאו את הערך של t, שעבורו המיתר AD עובר דרך מרכז המעגל.

ב. חשבו את רדיוס המעגל.



2. בתיבה ABCD'A'B'C'D' נסמן:  $\overrightarrow{AB} = u, \overrightarrow{AD} = v, \overrightarrow{AA'} = w$ . נפח התיבה הוא  $\sqrt{15}$ . הוקטור

$$\overrightarrow{AX} = u + \frac{1}{3}v + \frac{1}{5}w$$

מצאו את  $|w|, |v|, |u|$ .

3.

א. בפירמידה ישרה SABCD, שבסיסה ריבוע ABCD וראשה S, הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא  $2\alpha$  והזווית בין מקצוע צדדי למקצוע הבסיס (הנפגשים בקדקוד הבסיס) היא  $\beta$ .

$$\text{הוכיחו כי: } \sin(\alpha) \sin(\beta) = \sin(45^\circ)$$

ב. בסיס הפירמידה הישרה SABC (ראש הפירמידה) הוא משולש שווה – שוקיים ABC, שבו  $AB = AC = b$ , ו- $\sphericalangle BAC = \alpha$ . כל המקצועות הצדדיים של הפירמידה יוצרים זווית  $\beta$ .

הביעו את נפח הפירמידה באמצעות  $b, \alpha$  ו- $\beta$ .

4.

א. הוכיחו: אם מנקודה  $A(t, s)$ , הנמצאת מחוץ לפרבולה  $y^2 = 2px$ , יוצאים שני משיקים אליה, הרי משוואת הישר, המחבר את נקודות המגע של משיקים אלה עם הפרבולה, היא  $y \cdot s = p(x + t)$ .

ב. תהא B נקודה על מדריך הפרבולה  $y^2 = 2px$ ; נעביר דרך נקודה B משיקים

לפרבולה זו ונסמן את נקודות המגע של משיקים אלה באתיות C ו-D.

הוכיחו, בהסתמך על המשפט שנתבקשתם להוכיחו בסעיף א' (או בדרך אחרת), כי הישר CD עובר דרך מוקד הפרבולה  $y^2 = 2px$ .

5. נתון  $|z_1| = |z_2| = 1$ . הוכיחו:

א.  $\frac{z_1+z_2}{1-z_1z_2}$  הוא מספר מדומה

ב.  $\frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$  הוא מספר ממשי