

# 83-116 מתמטיקה בדידה – תרגיל 10

**שאלה 1** פתור את נוסחאות הנסיגה הבאות:

$$\text{א. } a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, a_1 = -1, a_2 = 1$$

$$\text{ב. } a_n = 2a_{n-1} + a_{n-1}, a_0 = 1, a_1 = 3$$

$$\text{ג. } a_n = 2a_{n-1} - 5a_{n-2}, a_0 = 1, a_1 = 3$$

$$\text{ד. } a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} - 12a_{n-3}, a_0 = 0, a_1 = a_2 = 1$$

$$\text{ה. } a_{n+2} = 6a_{n+1} - 8a_n, a_0 = 2, a_1 = 10$$

## שאלה 2

מצאו את צורת הפתרון כללי עבור נוסחאות הנסיגה הבאות:

$$\text{א. } a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}$$

$$\text{ב. } a_n = 9a_{n-1} - 26a_{n-2} + 24a_{n-3}$$

ג. בעבור סעיף א פתרו את נוסחאות הנסיגה עבור ערכי ההתחלה  $a_0 = 1, a_1 = 3$ .

**שאלה 3** לפוליטיקאי נשארו 50 יום עד הבחירות. בכל יום הוא נואם לפחות נאום אחד אבל סה"כ הוא לא ינאם יותר מ-75 נאומים. הוכיחו שיש רצף של ימים בהם הוא נאם סה"כ 24 פעמים.

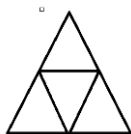
הדרכה: הגדירו  $x_i$  את מספר הנאומים עד היום  $i$  (עד בכלל). והסתכלו גם במספרים  $x_i + 24$ .

## שאלה 4

א. צלף קולע 5 חצים לעבר מטרה שצורתה משולש שווה צלעות, שאורך צלעו 2 מטרים. בהנחה שכל החצים פוגעים במטרה, הוכח שיש 2 חצים שיפגעו במטרה במרחק של מטר אחד לכל היותר זה מזה.

ב. צלף יורה  $n^2 + 1$  חצים למטרה שצורתה משולש שווה צלעות, שאורך צלעו מטר אחד. הוכיחו שיש שני חצים שמרחקם זה מזה לכל היותר  $\frac{1}{n}$  מטרים.

הדרכה: חלקו את המטרה למשולשים שווים צלעות באופן כזה:



**שאלה 5** הוכח: בתוך קבוצה של  $n$  אנשים יש 2 אנשים עם אותו מספר חברים (בתוך הקבוצה).

הערה: אם  $x$  חבר של  $y$  אז  $y$  חבר של  $x$ . (חברות זה יחס סימטרי).

### **שאלה 6**

תהי  $A$  קבוצה בת 100 מספרים. הוכח שקיימת תת קבוצה לא ריקה של  $A$  שסכום אבריה מתחלק ב-100.

### **שאלה 7**

האם קיימים גרפים בעלי 6 קודקודים עם דרגות:

א. 5,5,1,1,2,2

ב. 1,2,3,3,4,4

ג. 1,2,3,3,4,5

### **שאלה 8**

נתון גרף פשוט עם 100 קודקודים כך שהדרגה של כל קודקוד לפחות 50. הוכח שהגרף קשיר.

בהצלחה!