

84-172 מתמטיקה ב' לכימאים – דר' ארז שיינר – מועד א' – תשפ"א

משך המבחן: שלוש שעות הוראות: יש לפתור את כל השאלות, משקל כל שאלה 28 נק', כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

שאלה 1 נביט במערכת המשוואות הבאה עם הנעלמים x, y, z, w והפרמטר a , בשדה המספרים הממשיים.

$$\begin{cases} x + y + z + aw = 1 \\ x + y + a^2z - w = a \\ ax + y + z + w = 1 \end{cases}$$

- א. מצאו לכל ערכי הפרמטר a אם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות כלל.
 ב. מצאו את הפתרון הכללי למערכת המשוואות עבור $a = 2$.
 ג. האם יש ערך של a עבורו $(1, -1, 1, 0)$ הוא פתרון למערכת המשוואות? הוכיחו תשובתכם.

שאלה 2 תהי העתקה לינארית $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ המקיימת $T(1,0) = (1,0)$

- א. חשבו את $T(3,0)$.
 ב. נסמן $T(0,1) = (a,b)$, הביעו את המטריצה המייצגת $[T]$ באמצעות הפרמטרים a, b .
 ג. אם נתון שמטריצה המייצגת $[T]$ אינה הפיכה, הוכיחו כי היא לכסינה.
 ד. אם נתון שהמטריצה המייצגת $[T]$ אינה לכסינה, חשבו את הדטרמיננטה $\det([T])$.

שאלה 3 יהי פרמטר $a \in \mathbb{R}$ ונביט בפונקציה $f(x, y) = x^2 + 2xy + ay^2$

- א. מצאו את משוואת המישור המשיק לפונקציה בנקודה $(1,1)$. הביעו תשובתכם באמצעות הפרמטר a .
 ב. מצאו ערך של הפרמטר a עבורו לפונקציה יש נקודת מינימום מקומי, הוכיחו תשובתכם.
 ג. מצאו ערך של הפרמטר a עבורו לפונקציה יש נקודת אוקף, הוכיחו תשובתכם.

שאלה 4 לכל אחד מן התחומים הבאים, חשבו את האינטגרל הכפול $\iint_D (x+y) dx dy$

- א. $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$
 ב. $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1, -\sqrt{1-y} \leq x \leq \sqrt{1-y}\}$
 ג. $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$