

מד"ר – סמסטר קיץ תשע"ב – תרגיל 2

אם לא נתון תנאי התחלה, עליכם למצוא את הפתרון הכללי.

1. פתרו את המשוואות הבאות:

$$א. \quad y'' = \frac{1}{x}$$

$$ב. \quad y'' = -\frac{x}{y'}$$

$$ג. \quad \begin{cases} y \cdot y'' + (y')^2 = (y')^3 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

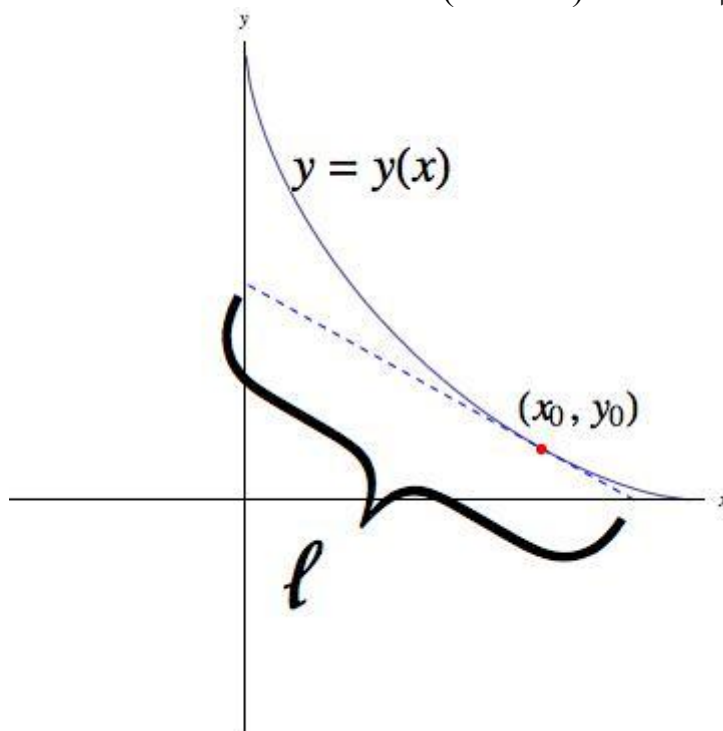
$$ד. \quad y = y' + \sqrt{1 - (y')^2}$$

$$ה. \quad y = xy' + (y')^2$$

$$ו. \quad y = -\frac{1}{2} y' \cdot (2x + y')$$

$$ז. \quad y = xy' + \frac{1}{y'}$$

2. מצאו מד"ר עבור כל הפונקציות $y = y(x)$ המקיימות:
לכל נקודה על הגרף, $(x_0, y(x_0))$, אורך הקטע המשיק לגרף בנקודה זו, החסום ע"י הצירים שווה לקבוע $\ell > 0$. (ראה ציור). פתרו מד"ר זו.



3. בדקו האם הפונקציות הבאות הן תלויות לינארית בקטע $I = \mathbb{R}$:

- א. $x, x+1$
- ב. $0, 1, x$
- ג. x, x^2, x^3
- ד. e^x, e^{2x}, e^{3x}
- ה. $\sin x, \cos x, 1$

4. (ממבחן) הוכיחו: בהנתן המד"ר $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ המוגדרת בקטע (a, b) , אם קיימת פונקציה $y(x)$ שאינה קבועה, כך ש $y(x)$ ו $y^2(x)$ פותרות את המשוואה, אזי ל $y(x)$ אין נקודת קיצון בקטע.

5. פתרו את הבעיות הבאות:

- א. $y'' - 5y' + 6y = 0$
- ב. $y'' - ky = 0$ ($k \in \mathbb{R}$) פרמטר ממשי כלשהו, התייחסו לכל המקרים)

$$\begin{cases} \frac{y' - y}{y''} = 3 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \sqrt{11} \end{cases} \text{ ג.}$$

ד. רשומה: $y^{(n)} + \frac{n}{1}y^{(n-1)} + \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2}y^{(n-2)} + \dots + \frac{n}{1}y' + y = 0$

ה. $y'' - 4y = x^2 e^{2x}$

$$\begin{cases} y'' - 2y' = e^{2x} + x^2 - 1 \\ y(0) = \frac{1}{8} \\ y'(0) = 1 \end{cases} \text{ ו.}$$

$$\begin{cases} y''' + 2y'' + 2y' + y = x \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \end{cases} \text{ ז.}$$

ח. $y'''' + y'' = \cos 4x$

ט. $y'''' + y'' + y' + y = xe^x$

י. $y'''' + y' = \tan x \sec x$

יא. $y'''' - 3y'' + 3y' - y = 0$