

## מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ו

מרצה: ארז שיינר. תאריך: 10/09/15

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

**1.** נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ 0 & -1 < x \leq 1 \\ x & x \leq -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי  $x \leq \sqrt{2}$  מתקיים אי השוויון  $|f(f(x))| \leq |x-1|$

**2.** מצאו את כל הפתרונות למשוואה  $(1+i)z^4 = (1+i)^8 - i(1+i)^6$

**3.** נביט בשני הוקטורים  $v = (1, 0, 1), u = (1, 2, 0)$ .

מצאו וקטור  $w$  המאונך ל  $u$  וקבוע  $\alpha$  כך ש  $\alpha u + w = v$ .

**4.** הוכיחו באינדוקציה כי לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים  $\sum_{k=1}^{2n-1} \ln\left(\sqrt{\frac{k+1}{k}}\right) = \frac{\ln(2) + \ln(n)}{2}$

**5.** פתרו את האינטגרל  $\int [(x^3 + x + 1) \cdot \arctan(x)] dx$

**6.** הגדרה: אוסף  $R$  של זוגות של מספרים טבעיים נקרא **אנטי-סימטרי** אם

$$\forall a \in \mathbb{N} \forall b \in \mathbb{N} : ((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R) \rightarrow (a = b)$$

א. נסחו תנאי השקול לכך שהאוסף  $R$  אינו אנטי-סימטרי.

ב. קבעו והוכיחו אילו מן האוספים הבאים הינם אנטי-סימטרים ואילו אינם אנטי-סימטריים:

$$T = \left\{ (n, m) \mid \frac{n-m}{2} \in \mathbb{Z} \right\}, S = \{(n, n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}, R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$$

**7.** הוכיחו כי לכל שתי קבוצות  $A, B$  מתקיים  $(A \setminus B) \cup B = A \Leftrightarrow B \setminus A = \emptyset$