עבור θ:

$$mgR - \frac{d}{dt}\left[mR(R\dot\theta+\dot x)+\frac{1}{2}MR^2\dot\theta\right] = 0$$

$$mgR = mR^2\ddot\theta + mR\ddot x + \frac{1}{2}MR^2\ddot\theta$$

$$mR(g-\ddot x) = \left(m+\frac{M}{2}\right)R^2\ddot\theta \qquad (2)$$

$$(1):\ \ddot\theta = -\frac{k}{mR}x - \frac{\ddot x - g}{R}$$

$$+mR(\ddot x - g) = +\left(m+\frac{M}{2}\right)\left(\frac{kR}{m}x + R(\ddot x - g)\right)$$

$$\ddot x = -k\left(\frac{2}{M}+\frac{1}{m}\right)x + g$$

$$\omega^2 = k\left(\frac{2}{M}+\frac{1}{m}\right)$$

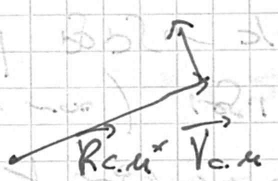
$$\ddot x + \omega^2 x = g$$

קיבלנו סופרפוזיציה בין תנודות לתנועה מואצת

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + g/\omega^2$$

הרצאה 15:

$$\vec L = \vec L_{c.m} + \hat I\cdot\vec\Omega$$



$$\frac{d\vec P}{dt} = \vec F \qquad P = const$$

$$\frac{d\vec L}{dt} = \vec\tau \Rightarrow \vec L = const$$

$$\Downarrow$$

$$I\cdot\vec\Omega = const$$

מקרה פשוט: סימטריה כדורית $I_1 = I_2 = I_3 := I$

$$const = \vec L = (I_1\omega_1, I_2\omega_2, I_3\Omega_3) = I(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$$

$$\Downarrow$$

$$const = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$$

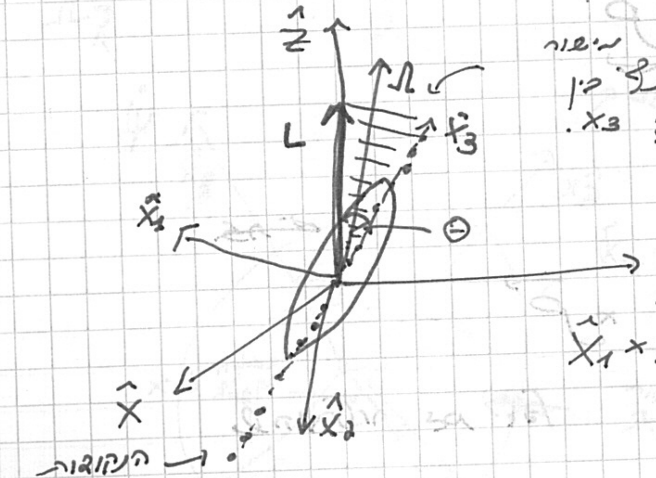
$$\vec\Omega = const$$

מקרה ב': סביבון סימטרי:

$I_1 = I_2 \neq I_3$.

נבחר את $\hat{x}_2$ כך שיהיה מאונך למישור!

ולכן $I_2\Omega_2 = 0$



$\hat{x}_1 + \hat{x}_2 = \hat{x}_3$

$$\vec{L} = (I_1\Omega_1, I_2\Omega_2, I_3\Omega_3)$$

$$I_2\Omega_2 = 0$$
$$\Omega_2 = 0$$

$$L\cos\theta = I_3\Omega_3$$

$$L\sin\theta = I_1\Omega_1$$

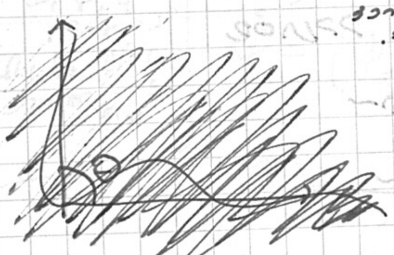
Ω צריך להיות במישור הנפרש ע"י $\{\hat{x}_1, \hat{x}_3\}$.

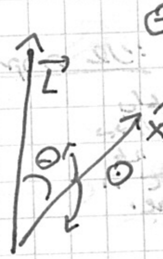
מהירות של כל הנקודה על הציר $\hat{x}_3$ $\vec{\Omega} \times \vec{r}$ מאונכים תמיד

מישור הנפרש על ידי $\hat{x}_1$ ו $\hat{x}_2$ (המיקום של הנקודות הם של מרכז המסה.)

$\Downarrow$

$$\theta = const$$





בגלל ש $\vec{\Omega} \times \vec{r}$ שומר על כיוון רק $\odot$ או $\otimes$ אבל לא בכיוון שישנה את θ אלא רק ישתנה בכיוון $\odot$ או $\otimes$.

לכן

$$\Omega_3 I_3 = L\cos\theta$$

$$\Omega_3 = \frac{L\cos\theta}{I_3}$$

$$\vec{\Omega} = \Omega_{prec}\hat{z} + A\hat{x}_3$$

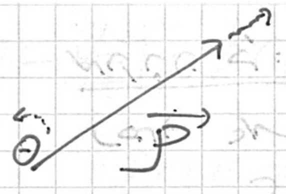
$$\Omega_1 = \vec{\Omega} \cdot \hat{x}_1 = \Omega_{prec}\hat{z}\cdot\hat{x}_1 + \overbrace{\cancel{A\hat{x}_3\cdot\hat{x}_1}}^{\text{אורתוגונלי}}$$

$$\Omega_1 = \Omega_{prec}\sin\theta$$

ידענו ש: $I_1\Omega_1 = L\sin\theta$

$$\frac{L\sin\theta}{I_1} = \Omega_{prec}\sin\theta$$

$$\boxed{\Omega_{prec} = \frac{L}{I_1}}$$



$$\frac{d\rho}{dt} = \underbrace{\vec{\Omega} \times \vec{\rho}}$$

שגודלו לא משתנה והכוון משתנה.

$$\frac{\overrightarrow{\Delta \rho}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{\theta}}{\Delta t} \times \vec{\rho}$$

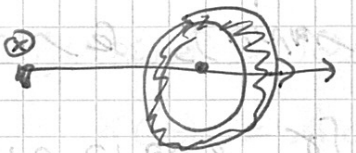
שהווקטור גם גדל

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = \dot{\vec{\theta}} \times \vec{\rho} + \frac{d\rho}{dt}\hat{\rho}$$

אבל האיבר השני לא קיים בגוף קשיח.

נושא חדש:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{ext} , \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_{ext}$$

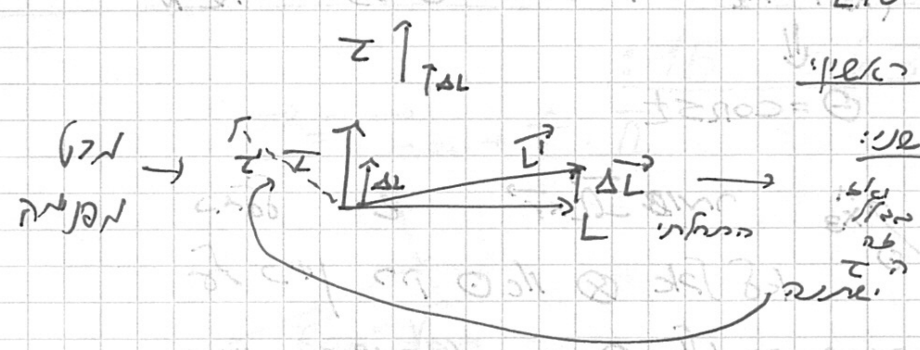


שהגוף לא מסתובב הוא נופל. $(L=0)$

שמסתובב והוא $L \neq 0$

מקרה ראשון:

מקרה שני:



הרצאה טו:

זוויות המייצגות סיבוב של $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ ביחס ל $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$

זו מביא אותנו לזוויות אוילר.

זוויות אוילר Eulre