תורת הקבוצות תרגיל בית 8

15 בינואר 2017

1. הוכיחו: תהי $(P,<)$ קבוצה סדורה בסדר מלא. אזי יש בתוכה תת קבוצה קופינלית $A \subseteq P$ כך ש $(A,<)$ סדורה היטב.
(רמז: השתמשו בלמה של צורן).

2. הוכיחו שקיימת קבוצה C של קטעים סגורים ב$\mathbb{R}$ כך שלכל $x,y \in C$ $x \cap y = \emptyset$, ולכל קטע סגור $z \notin C$ קיים $x \in C$ כך ש $x \cap z \neq \emptyset$.

3. הוכיחו את הלמה של תוכי:
תהי D קבוצה לא ריקה של קבוצות, כך ש $B \in D$ אמ"ם כל תת קבוצה סופית של B היא איבר בD. אזי, יש בD איבר מקסימלי ביחס להכלה.

4. הוכיחו שקיימת קבוצה S של מספרים ממשיים המקיימת:
א. לכל $a \neq b \in S$, $a-b$ אי רציונלי.
ב. לכל $a \notin S$ יש $b \in S$ כך ש $a-b$ רציונלי.