

88-195 תשעא

תרגיל 1:

1.

a. נתונה הקבוצה $A = \{1,3,\{1\},\{1,2\},\{1,2,3\}\}$ עבור כל טענה קבע אם נכונה.
 $2 \in A, \{1\} \subset A, \{2\} \subset A, \{1,2\} \in A, \{1,2\} \subset A, \{1\} \in A, \{\{1,2\}\} \subset A, \{1,\{1,2\}\} \subset A$

b. קבע נכון או לא נכון לגבי הטענות הבאות ונמק בקצרה:
i. $\{1,2\} \in \{1,2,\{1\}\}$

ii. $\phi \in \{\phi, a\}$

iii. $\phi \subset \{\phi, a\}$

c. נתונות הקב' $A = \{\{\phi\},\{1\}\}, B = \{A,1,\phi\}$. קבע האם נכון או לא ונמק

בקצרה:

i. $A \in B$

ii. $A \subseteq B$

iii. $\phi \in A$

2. תהי $A = \{\phi, \{\phi, \{\phi\}\}\}$. רשום את:

a. איברי A שאינם קבוצות חלקיות של A.

b. קבוצות חלקיות של A שאינן איברי A.

c. איברי A שהם גם קבוצות חלקיות שלה.

3. מצא דוגמא לקבוצות המקיימות את התנאים בכל סעיף:

a. $A \in B \in C \wedge A \notin C$ (כלומר, שייכות איננה טרנזיטיבית)

b. $A \in B \wedge A \subseteq B$

4. C, B, A קבוצות. הוכח או הפרך:

a. $(A \in B) \wedge (B \subseteq C) \Rightarrow A \in C$

b. $(A \in B) \wedge (B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C$

5. נתונות הקב' $A = \{1,3,5,7\}, B = \{1,2,4,5,6\}, C = \{2,4,6,8\}$ מצא את הקבוצות:

$B \cap A, A \cup B, B \cap C, A \setminus B, A \Delta B, (A \cup B) \setminus C$

6. יהיו B, A קבוצות. הוכח בצורה פורמלית:

a. $A \cap (A \cup B) = A$

b. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

7. יהיו תהי $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ונסתכל על תתי הקבוצות שלה והמשלימים ביחס

אליה $A = \{2,4,6,8\}, B = \{1,2,4,5,6\}, C = \{1,3,5,7\}$. מצא את:

$\phi^c, U^c, C^c, A \setminus B, B \setminus A, (A \cup C) \setminus (C \setminus A)^c, (A \cup B)^c \cap (B \cup C)^c, (A \cup B) \setminus C$

8. הוכח:

a. $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C^c \cap D) \cup (A^c \cap B) = B$

b. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

9. נתונה הקב' $I = \{2,3,4\}$ נגדיר את הקבוצות A_i ($i \in I$) באופן הבא:

$\forall i \in I, A_i = \{x \mid x = i^2 \cdot k, k \in \mathbb{N}\}$ (שימו לב, i במקרה זה נקראת קב' אינדקסים.

תזכורת: N היא קבוצת הטבעיים). בדוק האם 1,8,1152 שייך לאיחוד הכללי

לחיתוך הכללי $\bigcap_{i \in I} A_i$, לשניהם או לאף אחד מהם.

10. יהיו $A = \{1,2,3\}, B = \{2,3,4\}$.

a. רשום את קבוצות החזקה של A, B ,

b. חשב כמה איברים יש בקבוצות: $(P(A) \cup P(B)) \setminus (P(A) \cap P(B))$

c. הוכח או הפרך:

i. $A \subseteq B \Leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$

ii. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$

11. הוכח ש $A = B \Leftrightarrow \forall C : A \cup C = B \cup C$

12. * עוצמה של קבוצה סופית A (מסומן $|A|$) מוגדרת להיות כמות האיברים בקבוצה.

הוכח כי לכל קבוצה סופית מתקיים $P(A) = 2^{|A|}$

שאלות מחשבה להמשך (לא להגשה)

-כיצד הייתם מגדירים עצמה לקבוצות אינסופיות?
מה היה ניתן לומר על העצמה של קבוצת החזקה של A לעומת העצמה של A במקרה זה?

-יהיו רידג', ת'ורן וברוק מהיפים והאמיצים (צפייה ב500 פרקים של "היפים והאמיצים" הינה דרישת קדם לקורס). כעת, ידוע כי רידג' יצא עם ברוק וברוק יצאה עם ת'ורן אבל רידג' לא יצא עם ת'ורן. לכן נאמר כי יחס זה אינו **טרנזיטיבי** (בניגוד ליחס "גדול שווה", למשל).
בגלל שהעובדה שרידג' יצא עם ברוק גוררת שברוק יצאה עם רידג' נאמר כי היחס הינו **סימטרי** (בדומה ליחס השיוויון)
מכיוון שרידג' (למיטב ידיעתינו) לא יצא עם עצמו נאמר כי היחס אינו **רפלקסיבי** (בניגוד ליחס שיוויון).

יחס שקילות הינו יחס טרנזיטיבי, סימטרי ורפלקסיבי. קבע אילו מהבאים הינו יחס שקילות:

1. היחס בין A לבין B כאשר A שווה ל B

היחס בין A לבין B כאשר $A=B+1$

יהיו p, q, s, t שלמים, היחס בין $\frac{p}{q}$ לבין $\frac{s}{t}$ כאשר $sq = pt$

חידה: (אנחנו נזכור את רשימת הפותרים הראשונים של החידות שניתן, אמנם החידות אינן

קשורות לחומר הלימוד)

לאילו מספרים טבעיים n מתקיים ש $n+1, n, n+11, n+111$ הינם מספרים ראשוניים?