

אלגברה לינארית למורים (88-613)  
 סמסטר ב'- מועד א'  
 ד"ר מיטל (אליהו) רובינסון.

מתרגל: אביה וידברג.

זמן הבחינה : 3 שעות תכננו את הזמן כהלכה!!

מותר להשתמש במחשבוניו מדעיים פשוטים בלבד.  
 ניתן לצבור בבחינה 110 נקודות אולם הציון הסופי לא יעלה על 100.

**בסוף הבחינה יש דפים נוספים לשימושכם.**

הערה: כל המרחבים הוקטוריים בבחינה הם ממימד סופי.

# בהצלחה!

שאלה	ניקוד
הוכחות: שאלות 1-2	
3	
4	
5	
6	
סה"כ	

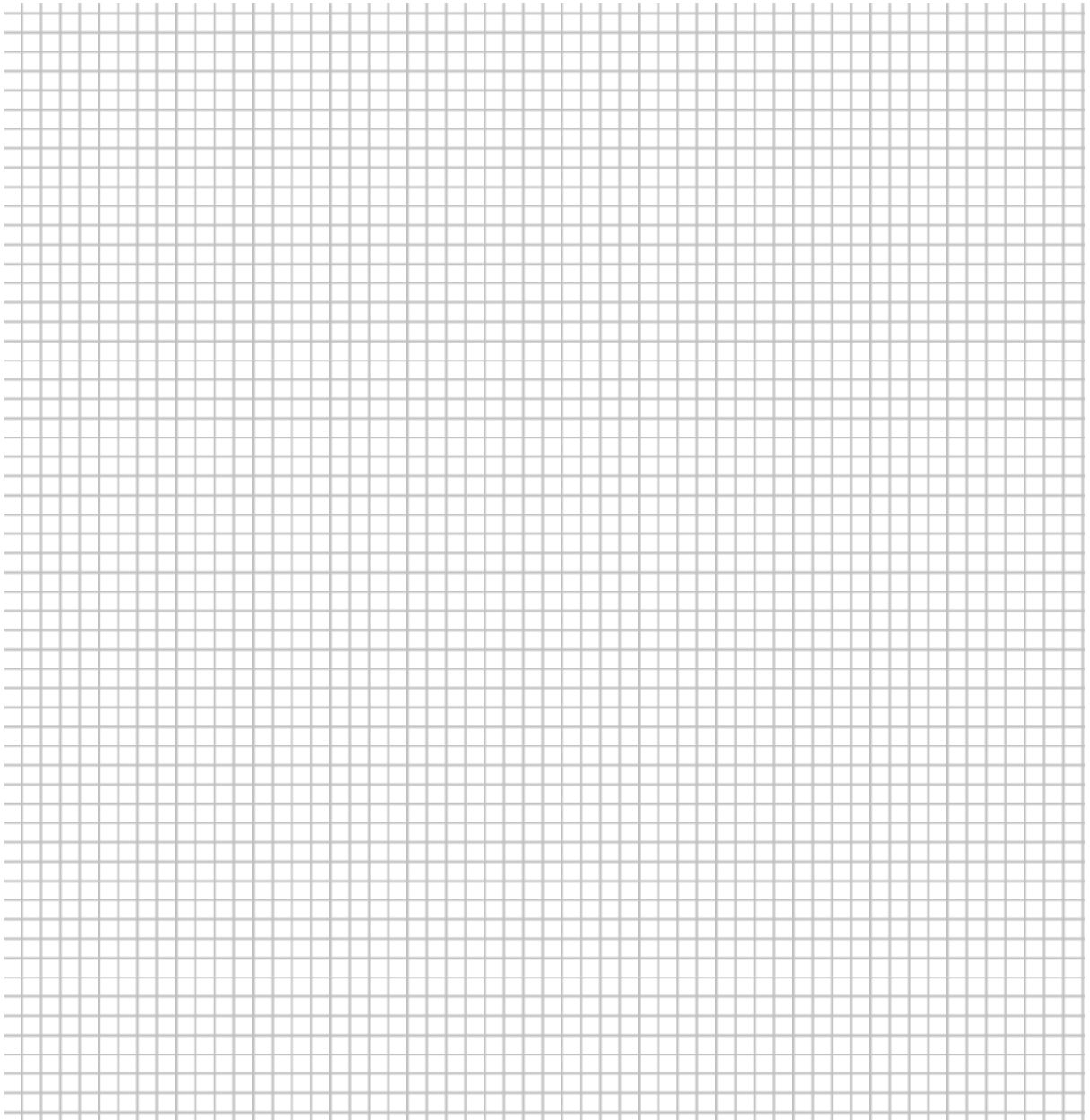
**חלק א' – הוכחות**

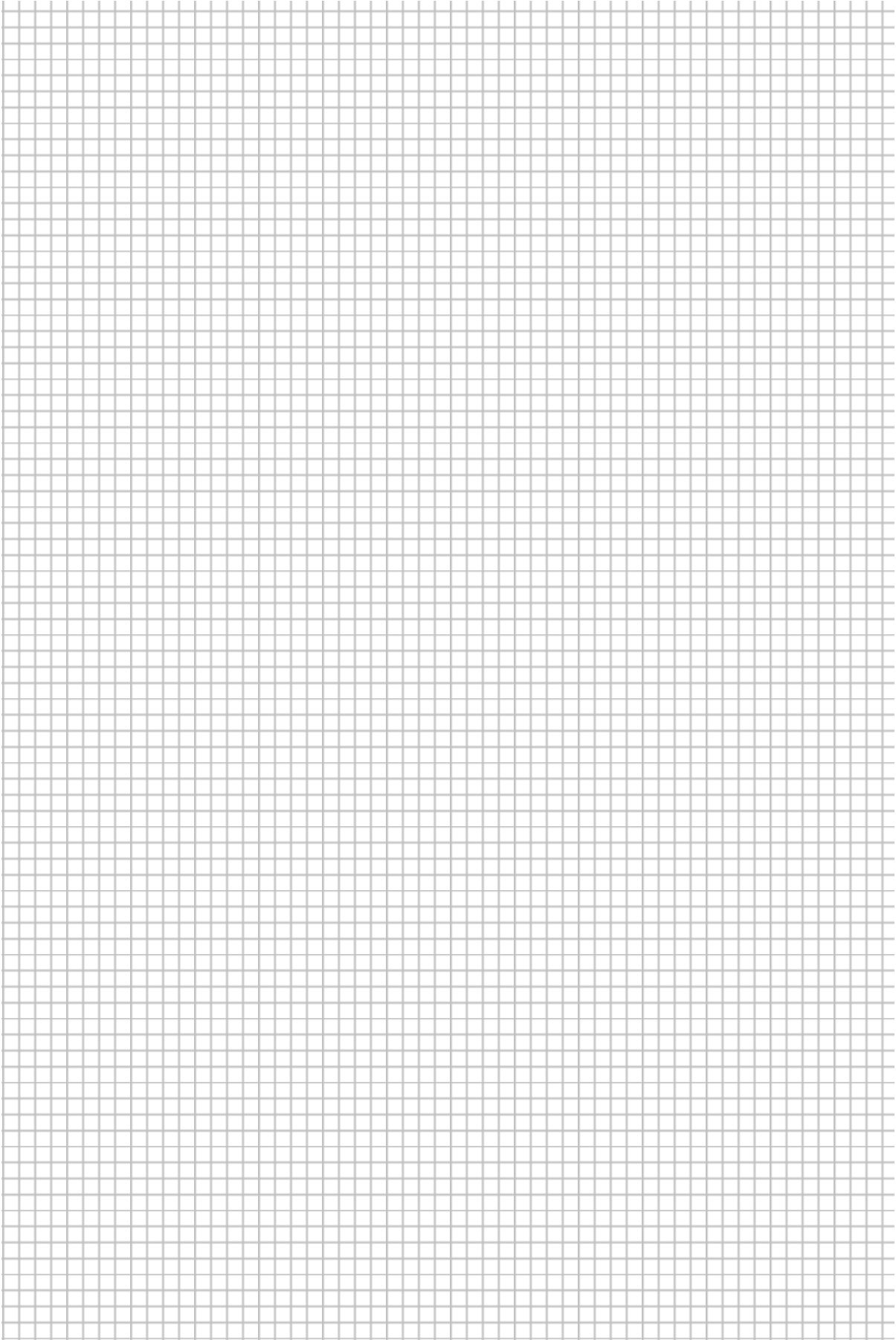
ענו על אחת מהשאלות הבאות :

1. הוכיחו :  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  הפיכה משמאל/מימין אזי  $A$  הפיכה.

2. הוכיחו את שני המשפטים :

- א. משפטון ההחלפה של שטייניץ.
- ב. בת"ל מקסימלית היא בסיס , פורשת מינימלית היא בסיס.

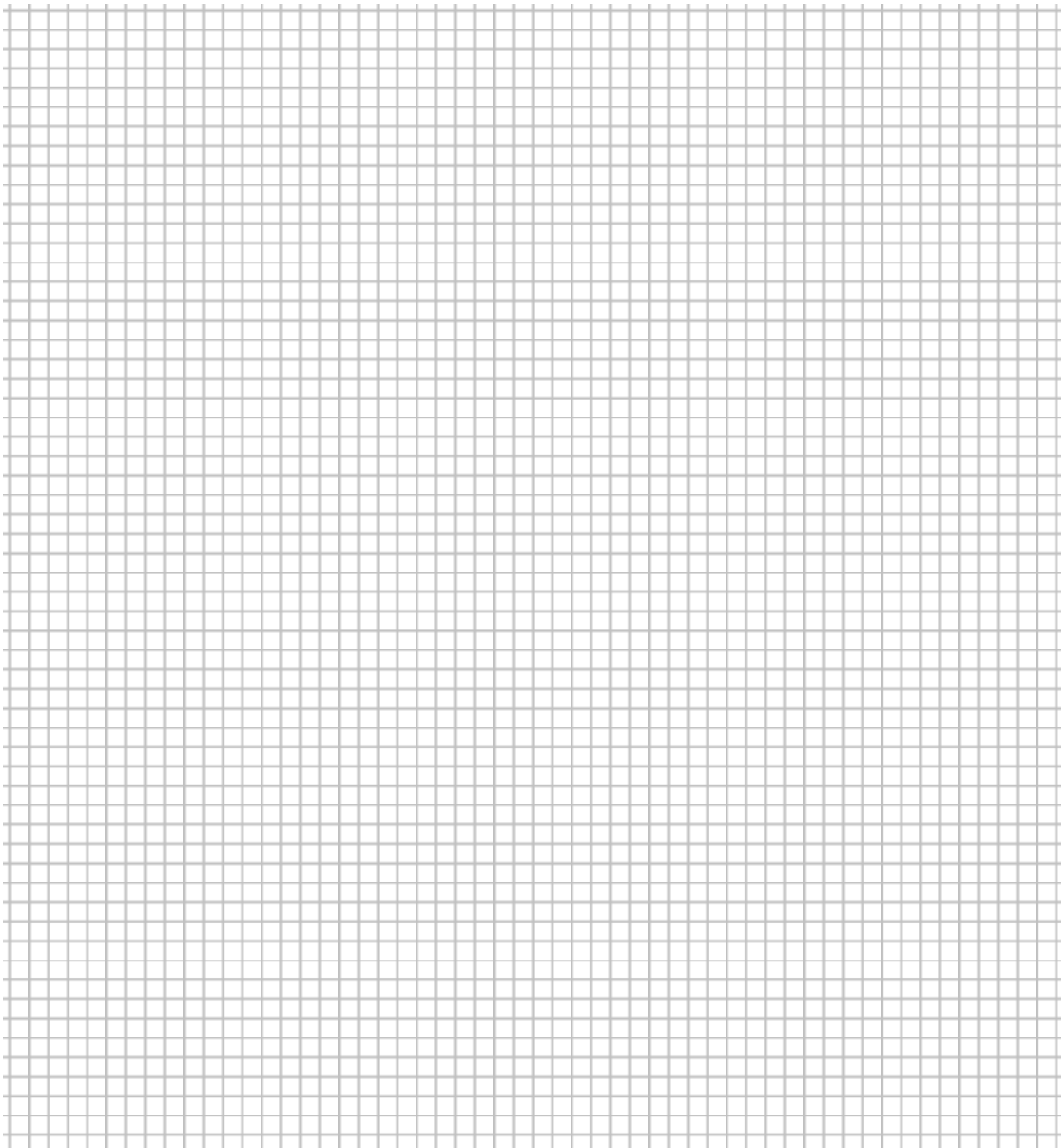


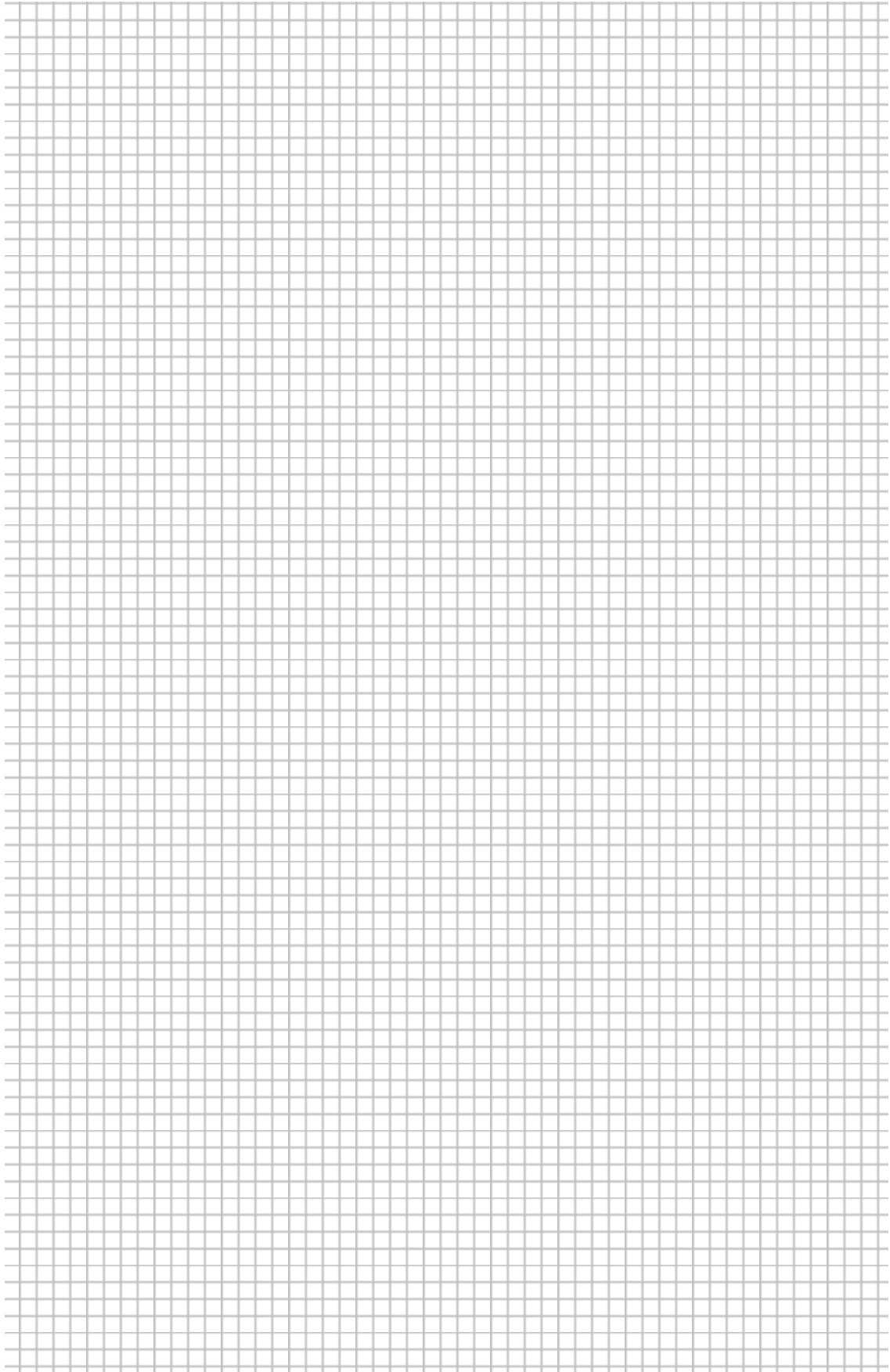


חלק ב' - שאלות3. אין קשר בין הסעיפים:א. מצאו מס' מרוכב  $z$  המקיים  $z^2 = \bar{z}$ . (8)

$$\begin{cases} x - 3z = -3 \\ 4x + 2ky - 2z = -4 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases}$$

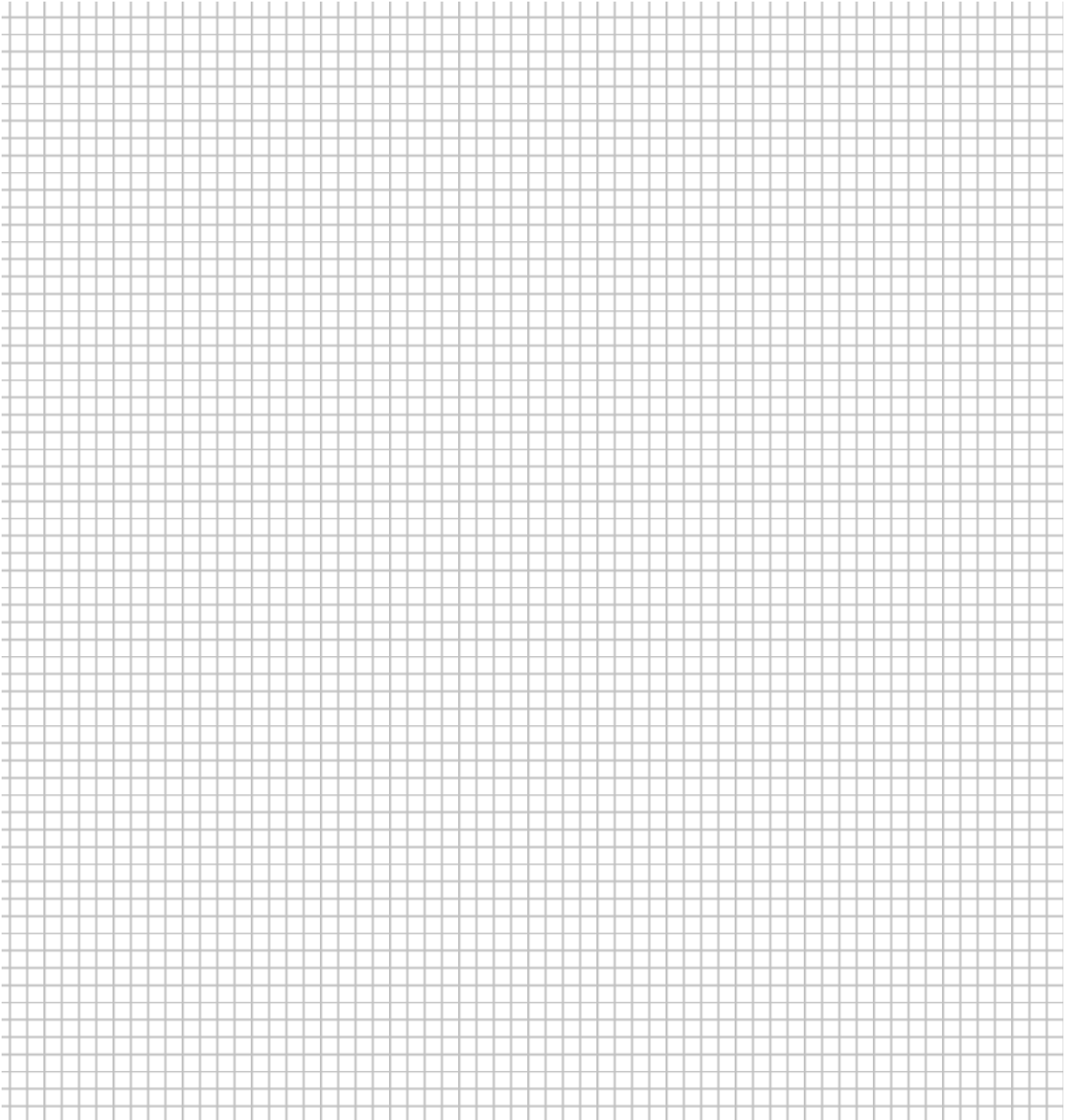
- יש:
- i. פתרון יחיד
  - ii. א"ס פתרונות.
  - iii. אין פתרון.

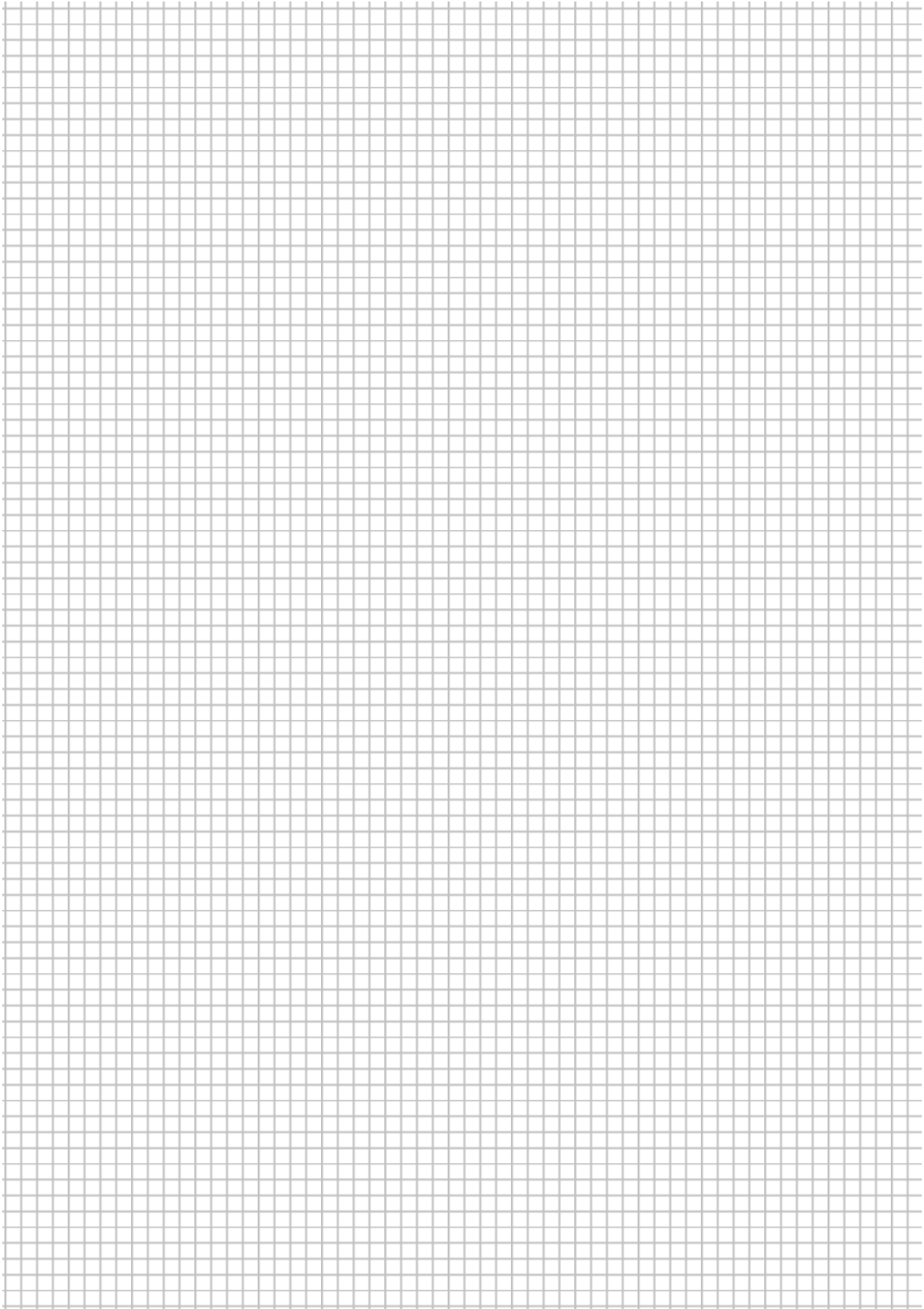




4. נתונה המטריצה:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

- א. מצאו בסיס ומימד לתתי המרחבים:  $N(A)$ ,  $C(A) \cap R(A)$ . (15)
- ב. הסבירו לפי א': האם  $A$  הפיכה? (7)
- ג. מצאו מיהו המרחב הניצב:  $(\text{span}\{N(A), C(A) \cap R(A)\})^\perp$ . (8)





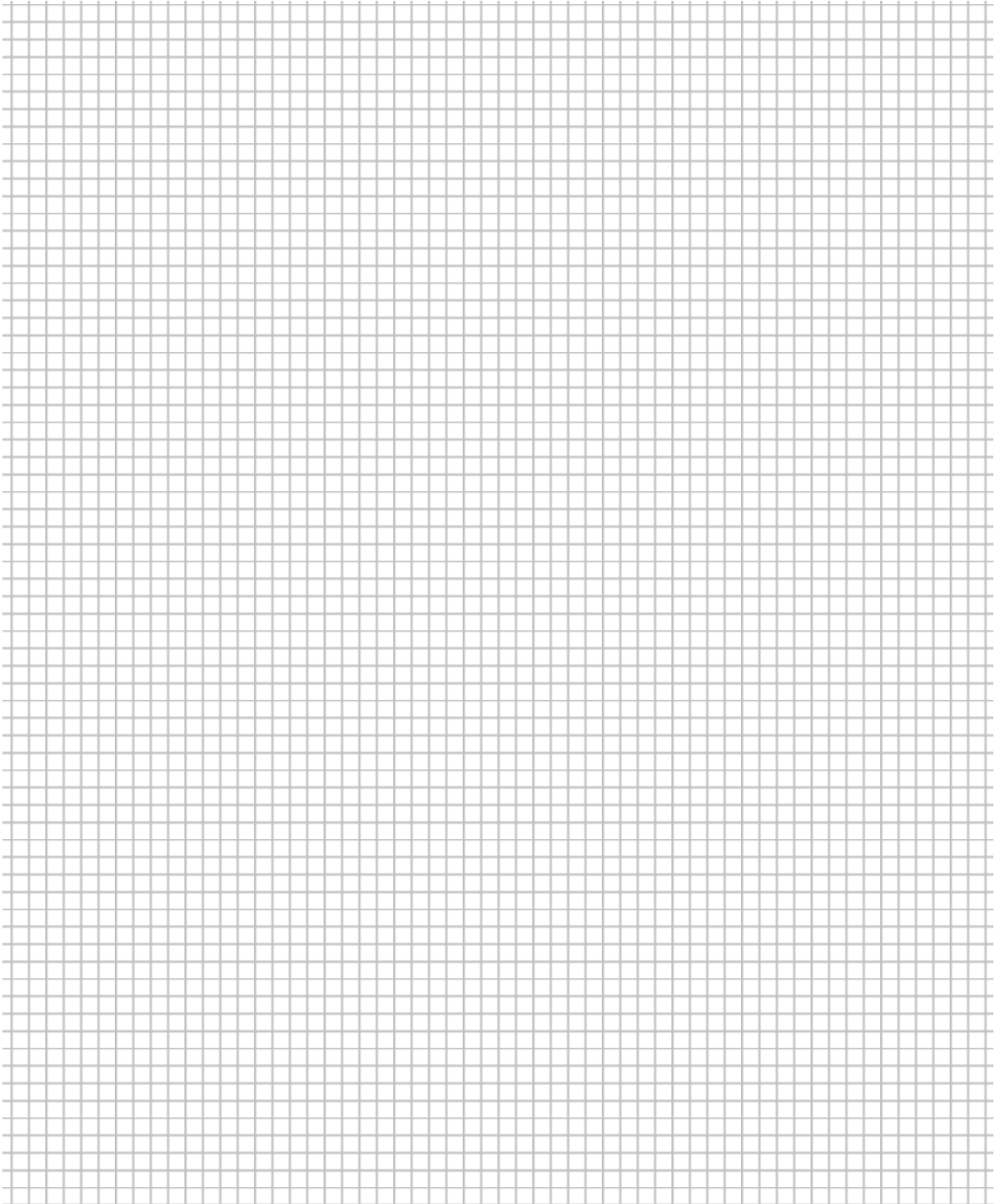
5. יהי  $B = \{v_1^{\mathbf{u}}, \dots, v_n^{\mathbf{u}}\}$  בסיס של מרחב וקטורי  $V$  מעל שדה  $F$ .

א. הוכיחו כי לכל וקטור  $v \in V$  קיימת הצגה יחידה:  $v = \alpha_1 v_1^{\mathbf{u}} + \dots + \alpha_n v_n^{\mathbf{u}}$

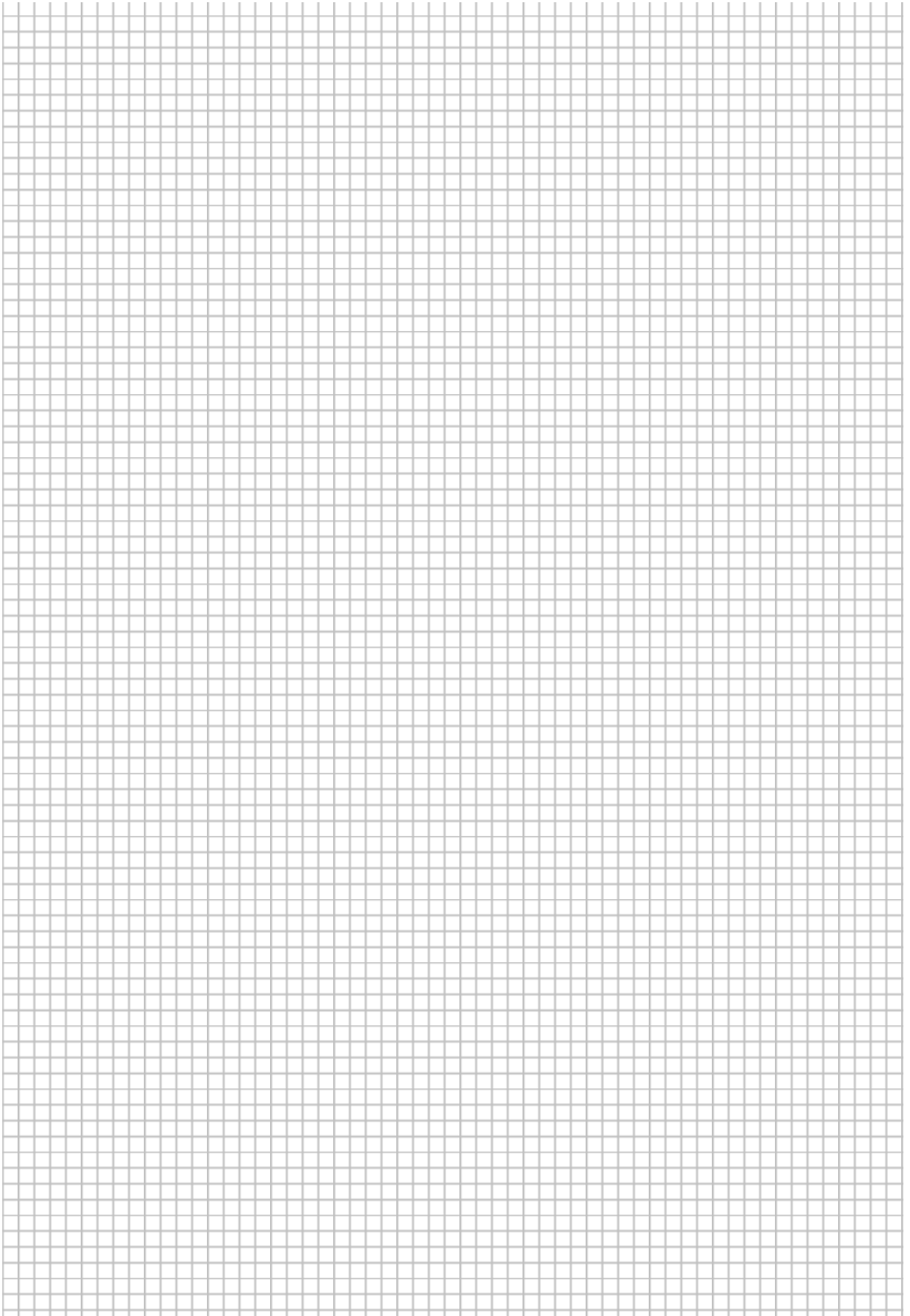
(ז"א שיש רק אופציה אחת לבחור את הסקלרים  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in F$ ) (10)

ב. תהי  $A \in F^{n \times n}$  מטריצה הפיכה. הוכיחו שגם  $Av_1^{\mathbf{u}}, \dots, Av_n^{\mathbf{u}}$  הוא בסיס של  $V$ .

(10)





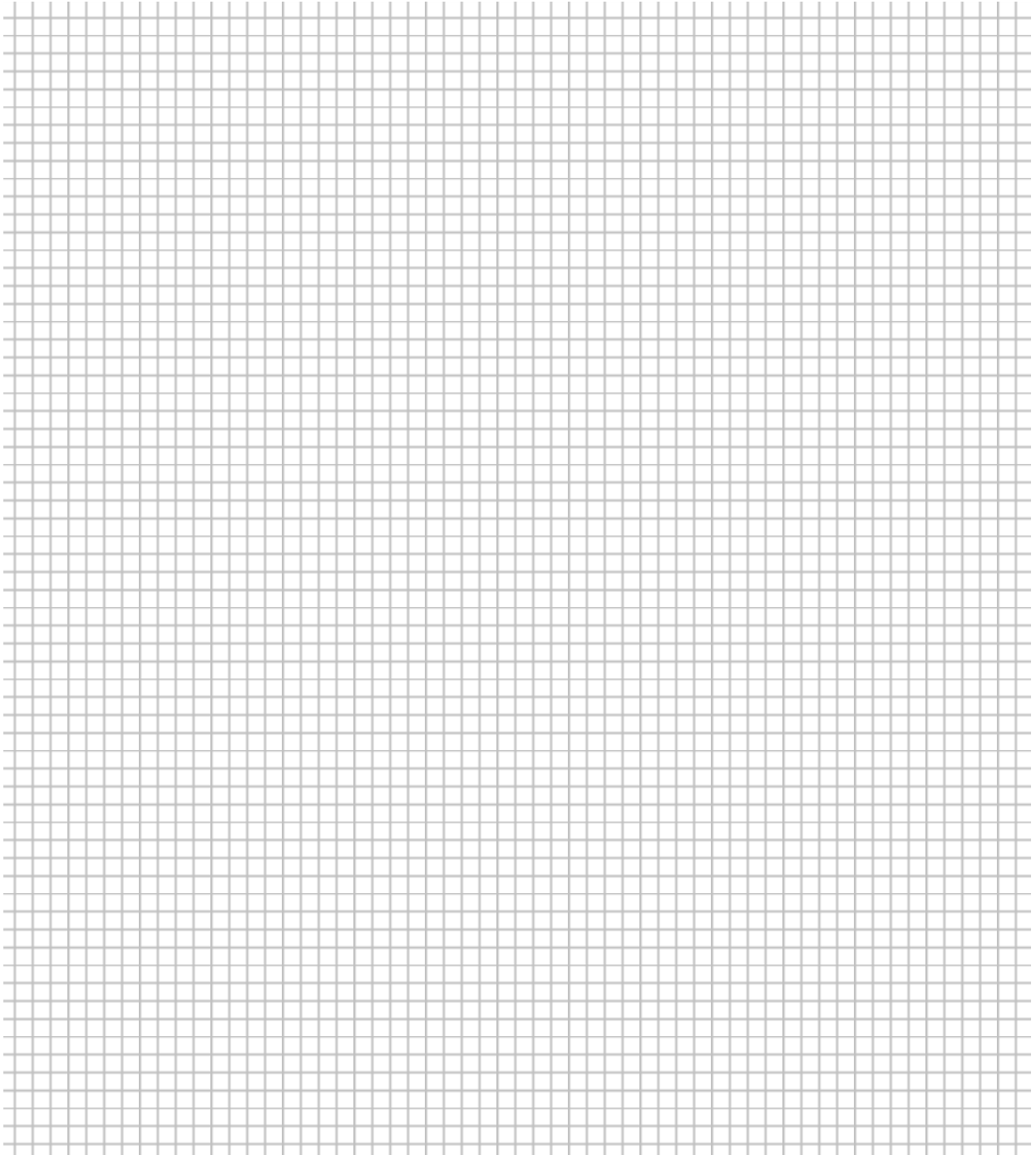


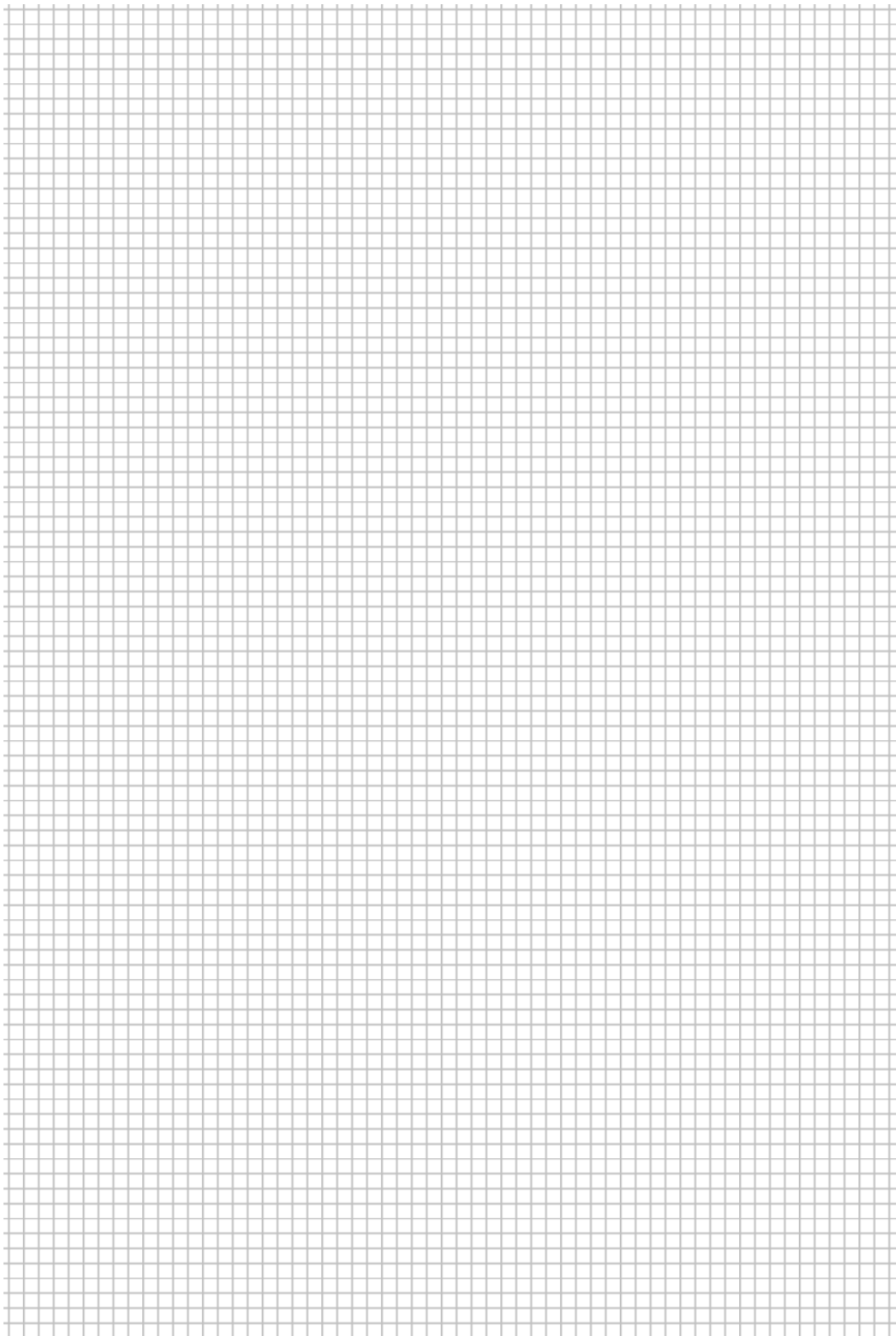
**אין קשר בין הסעיפים!**

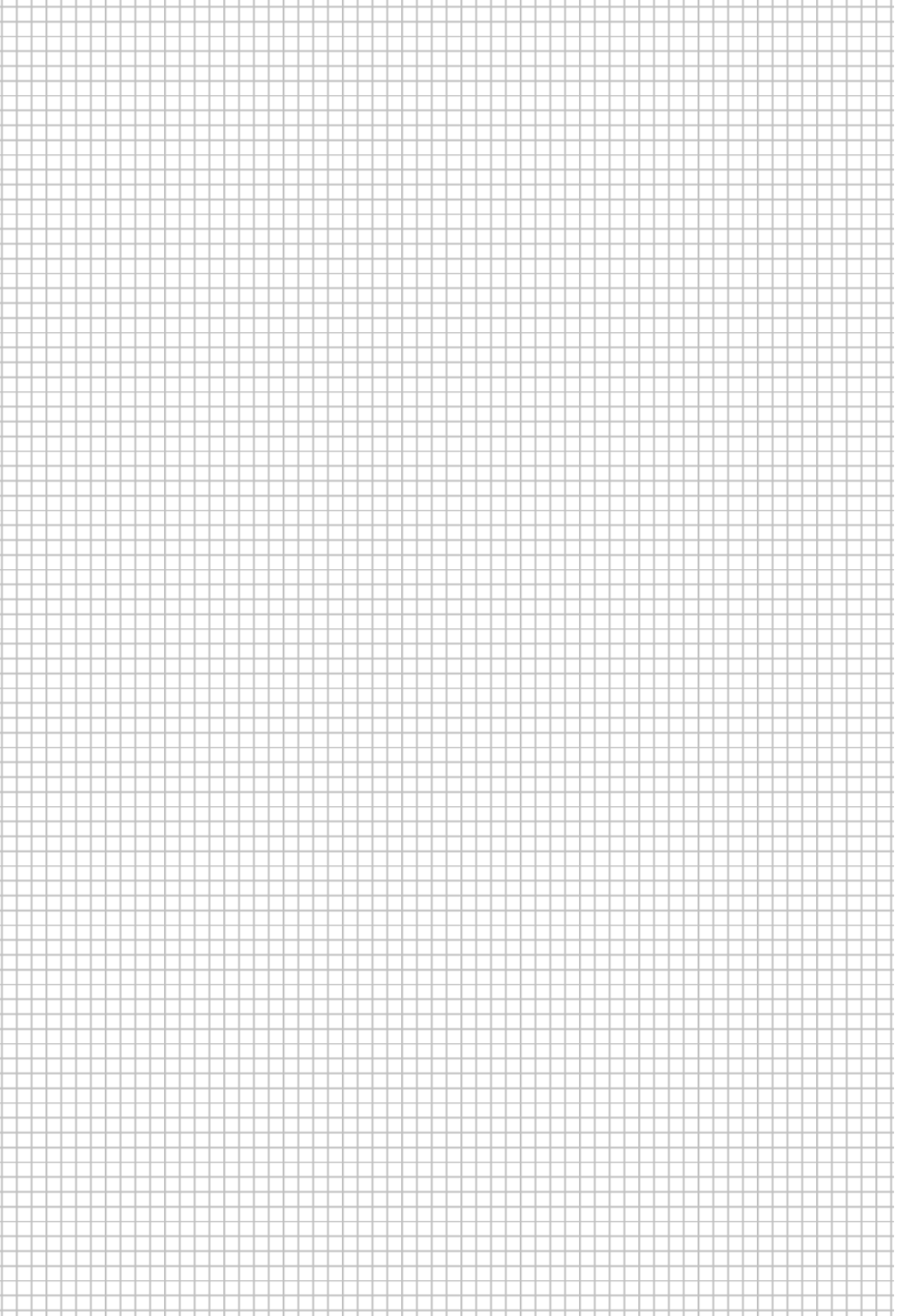
ג. תהי  $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  קבוצה אורתוגונאלית (קבוצה שכל הוקטורים בה מאונכים זל"ז) כך ש  $0 \notin S$ . הוכיחו כי  $S$  בת"ל. (10)

ד. האם קיימת מטריצה  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$  כך ש  $C(A) = sp \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ ,  $N(A) = sp \{(2, -1)\}$  ?

אם כן, תנו דוגמה למטריצה כזו. אם לא, הסבירו מדוע לא קיימת מטריצה כזו. (10)







המשך תשובה \_\_\_\_

המשך תשובה \_\_\_\_