

ענה על 5 מ-6. דף נוסחאות מצורף. נמק תשובותיך. 3 שעות.

1. א. פתח  $f(x) = \frac{1}{27-x^3}$  לטור חזקות אינסופי סביב  $x_0 = 0$ .

היכן מתכנס הטור?

ב. מצא סכום הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} n(\sin x)^{n+3}$  היכן שמתכנס.

2. א. מצא  $\int \sqrt[3]{x} \ln x dx$ .

ב. חשב  $\frac{2}{3}$  לפי שלושה איברים ראשונים  $0 \neq$  בפיתוח טיילור של  $f(x) = \frac{1}{x}$  סביב

$x_0 = 1$ . הסבר מדוע קיבלת ערך גדול מ  $\frac{2}{3}$ .

3. א. מצא רדיוס התכנסות ותחום התכנסות לטור  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n \ln n}$ .

ב. לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x}$  העבירו משיק בנקודה  $(1,1)$ .

מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה  $y$  העלו אנך לציר ה  $y$ .

מצא שטח המוגבל ע"י גרף הפונקציה, המשיק והאנך.

4. א. השטח שבין הגרף של  $f(x) = \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , לבין ציר ה  $x$

מסתובב סביב ציר ה  $y$ . מצא נפח גוף הסיבוב שמוצר. (שים לב לסימן הפונקציה).

ב. האם קיים האינטגרל  $\int_0^1 \frac{x^2}{\sin^3 x} dx$ ?

5. מצא באופן מפורש פתרון למד"ר  $\ln x dx + (xy \ln x - xy + y) dy = 0$  המקיים  $y(e) = \sqrt{2}$ .

6. א. מצא פתרון למד"ר  $y' + \frac{y}{x} = \frac{2 \sin 2x}{x}$  המקיים  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

ב. מצא  $f''_{xy}, f''_{xx}, f''_{yy}, f'_y, f'_x$  עבור  $f(x, y) = x^y$ ,  $x > 0$ .