26/11/13 בס"ד

תזכורת: עוצמת הקבוצה

1) לפונ' $f:A\to B$ יש הופכית אמ"מ היא חח"ע ועל

2) הגדרה: נאמר ש- $A\sim B$ אם יש פונ' הפיכה $f:A\to B$

3) $\sim$ הוא יחס שקילות

סימון - אם $A\sim B$ נסמן $|A|=|B|$

הגדרה - מחלקות השקילות של $\sim$ נקראות עוצמות.

מסמנים את העוצמה של הקבוצה A ב- $|A|$ ← כל הקבוצות שיש להן אותו הגודל כמו הקבוצה A.

← מושג העוצמה מכליל את מושג הכמות

← הוכחתם: שלקבוצות סופיות A ו-B מתקיים שיש פונ' חח"ע ועל $f:A\to B$ אמ"מ $|A|=|B|$ ← אינדוקציה

← Pirahã

david Everett

סימון - מסמנים את העוצמה של $\mathbb{N}$ ב- $\aleph_0$.

דוגמה - $|\mathbb{N}|=|\mathbb{N}_{even}|$
רק המספרים הזוגיים

הוכחה: הפונקציה $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}_{even}$ היא חח"ע ועל $f(n)=2n$ (כי $g:\mathbb{N}_{even}\to\mathbb{N}$, $g(k)=k/2$ היא ההופכית).

דוגמה - $|\mathbb{N}|=|\mathbb{N}\times\mathbb{N}|$

הוכחה: הפונקציה $f:\mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ המוגדרת ע"י $f(k,l)=2^{k-1}(2l-1)$

היא חח"ע ועל. בדקו שהיא חח"ע ועל.

~~כל מספר אי זוגי~~

לכל מספר טבעי יש פירוק יחיד למכפלת ראשוניים

משפט: לכל $n\in\mathbb{N}$ יש הצגה יחידה מהצורה $n=p_1^{l_1}\cdot p_2^{l_2}\cdot\ldots\cdot p_k^{l_k}$

כאשר $p_1,\ldots,p_k$ ראשוניים

$l_1,\ldots,l_k$ טבעיים.

26/11/13 בס"ד

הגדרה: קבוצה נקראת בת מנייה אם היא שוות עוצמה לתת-קבוצה של $\mathbb{N}$.

קבוצה נקראת סופית אם היא שוות עוצמה לקב' $\{1,2,\dots,n\}$ עבור $n\in\mathbb{N}$ כלשהו.

קבוצה שאינה סופית נקראת אינסופית.

משפט: $|\mathbb{N}| \neq |[0,1)|$

הוכחה: נתעלם מפיתוחים עשרוניים השווים לאפס החל ממקום מסוים.

← נראה שאין פונקציה על מ-$\mathbb{N}$ ל-$[0,1)$

← נניח שיש. כלומר, נניח ש- $f:\mathbb{N}\to[0,1)$ היא על.

נרשום את f כך:

$\mathbb{N}$	f
1	$f(1)=0.a_{11}a_{12}a_{13}a_{14}\dots$
2	$f(2)=0.a_{21}a_{22}a_{23}\dots$
3	$f(3)=0.a_{31}a_{32}a_{33}\dots$
4	$f(4)=0.$
5	$f(5)=0.$
⋮	

← ~~נגדיר (ניקח כמספר הבא)~~

← נגדיר פונק' על ספרות
$0\to5$
$1\to6$
$2\to7$
$3\to8$
$4\to9$
$5\to10$
$6\to1$
$7\to2$
$8\to3$
$9\to4$
ונסמנה d.

← נבנה מספר $x=0.d(a_{11})d(a_{22})d(a_{33})\dots$

← **טענה:** ל-x אין מקור.

הוכחה לטענה: לכל $n\in\mathbb{N}$, n אינו המקור של x כי $f(n)$ ו-x שונים בספרה ה-n. ■