**מקליד:** עידן אריה
**מרצה:** פרופ' נתן נתניהו
**תאריך:** 2018-10-24

**עיבוד תמונות**
**89-560-01**

---

**הערת המשך לדרגרציה** ברירת המחדל היא לחלק את המישור לגריד, אבל אפשר לעשות חלוקות אחרות (כמו משושים)

## שיפור איכות תמונה מבחינה ויזואלית

האופרציות האלו מיועדות לצרכי ראייה אנושית - תמונה שאינה ברורה קשה לראות אותה. האופרציות האלה נועדו גם לשפר את הsignal - במקרה שלנו הsignal הוא אות דו-מימדי והוא נקרא "תמונה".

## בהירות וניגודיות

יש שני מדדים גלובליים שאפשר להגדיר בצורה פשוטה. $n$ הוא מספר השורות ו$m$ הוא מספר העמודות.

**בהירות** (brightness) ממוצע של רמות האפור

$$b = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} f\left(i,j\right)$$

**ניגודיות** (contrast) סטיית התקן[1] של רמות האפור

$$c = \sqrt{\frac{1}{n \cdot m} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left[f\left(i,j\right) - b\right]^2}$$

תמונה עם ניגודיות נמוכה היא "באותו צבע" - כל רמות האפור דומות. במצב קיצון שבו כל ה$f\left(i,j\right)$ דומים והבהירות של התמונה אחידה, הניגודיות תהיה מאוד נמוכה.

הגדרה נוספת לניגודיות:

$$c = \frac{\max f\left(i,j\right) - \min f\left(i,j\right)}{\max f\left(i,j\right) + \min\left(i,j\right)}$$

ההגדרה הזאת בעייתית, כי אם יש תמונה עם פיקסל אחד שהוא 0 ופיקסל אחד שהוא 255 - הקונטרסט יהיה מקסימלי ולא ישקף שום דבר מהותי לגבי התמונה.

אפשר להגדיר קונטרסט לוקלי, הניגודיות של פיקסל מסויים $\left(i,j\right)$ לעומת עצמת הסביבה $f_N$:

$$c\left(i,j\right) = \left|\frac{f\left(i,j\right) - f_N}{f_N}\right|$$

דוגמה לטרנספורמציה שמשנה את הניגודיות של התמונה (מכפילה פי $\alpha$[2]) בלי לשנות את הבהירות:

$$f\left(i,j\right) \leftarrow \alpha * \left[f\left(i,j\right) - b\right] + b$$

הטרנספורמציה הזאת עלולה לתת ערכים שליליים, ולכן אם בסוף הטרנספורמציה יש ערכים שליליים - הם נקטעים והופכים לאפס. ואם הם גדולים מ255 - הם נקטעים והופכים ל255.

---

[1] שורש של ממוצע ריבועי הסטיות מהממוצע.
[2] אם $\alpha$ גדול מ1 הקונטרסט יגדל, אם $\alpha$ קטן מ1 הקונטרסט יקטן.

## היסטורגמה

**היסטורגמה** התפלגות בדידה[3] של ערכים.

ספציפית, הערכים שמעניינים אותנו הם רמות האפור של התמונה $0 \le i \le g_{\max}$. ההיסטורגמה היא $h_i = \frac{N_i}{n \cdot m}$ כאשר:

| | |
|---|---|
| $N_i$ | מספר הפיקסלים בעלי רמת אפור $i$ |
| $g_{\max}$ | רמת האפור המקסימלית בתמונה שגודלה $n \cdot m$. בד"כ $g_{\max} = 255$. |

$h_i$ זה שכיחות יחסית ו$N_i$ זה שכיחות אבסולוטית.

ברור כי $\sum_{i=0}^{g_{\max}} h_i = 1$[4] ו$b = \sum_{i=0}^{g_{\max}} i \cdot h_i$[5], ולכן אפשר לכתוב את הקונטרסט בתור:

$$c = \sqrt{\sum_{i=0}^{g_{\max}} i^2 \cdot h_i - b^2}$$

## השוואת היסטוגרמות (Histogram Equalization)

כדי לשפר את הבהירות והניגודיות, היינו רוצים לעשות טרנספורמציה לערכי האפור שתעביר אותם לפילוג אחיד ככל האפשר.

בהסתברות רואים שאפשר לחשב את פונקציית ההסתברות אחרי טרנספורמציה, אבל כאן אנחנו רוצים לעשות הפוך - למצוא את הטרנספורמציה לפי פונקציית ההסתברות שאנחנו רוצים לקבל.

$$P_b(b) \triangleq \begin{cases} \frac{1}{b_{\max} - b_{\min}} & b_{\min} \le b \le b_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ולכן לכל $b_{\min} \le b \le b_{\max}$

$$\frac{b - b_{\min}}{b_{\max} - b_{\min}} = \int_0^a P_a(h)\,\mathrm{d}h$$

ומכאן

$$b = T(a) = (b_{\max} - b_{\min}) \cdot \int\limits_{h \in A} P_a(h)\,\mathrm{d}h + b_{\min}$$

...

כאשר עוברים להיסטוגרמה בדידה עוברים מאינטגרל לסכום:

$$b_k = T(k) = g_{\max} \sum_{i=0}^{k} h_i$$

עבור $0 \le k \le g_{\max}$.

[3] בניגוד לפונקציית צפיפות הסתברות - שהיא התפלגות רציפה.
[4] אנלוגי ל$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)\,\mathrm{d}x = 1$
[5] צורה אחרת לחשב את הממוצע - במקום לסכום איבר איבר עושים ממוצע משוקלל של הערכים.

**נשים ♡**

- זאת לא טרנספורמציה לינארית, והיא גם לא סגורה מבחינה אנליטית. היא תלויה בערכים ספציפיים של תמונה ספציפית.
- לא תמיד נקבל היסטוגרמה אחידה אידיאלית. אם למשל יש רמת אפור שמקבלת חלק ניכר מהתמונה, כל הפיקסלים האלה ימופו לאותה רמת אפור. אי אפשר להיפטר מהמקבץ הזה - רק להגדיל אותו (אם רמת אפור אחרת תמופה לאותו ערך)

  אבל עדיין זה בדרך כלל משפר משמעותית את איכות התמונה.

### היסטוגרמה צוברת

$$\mathrm{CDF}\left(x\right)=\int\limits_{-\infty}^{x}P_{x}\left(x\right)\,\mathrm{d}x$$

זאת פונקציה מונוטונית עולה ש$\lim\limits_{x\to\infty}\mathrm{CDF}\left(x\right)=1$.

הצבורה של היסטורגמה אידיאלית היא "מדרגות" - קוואנטיזציה של פונקציה לינארית.

אם יש לנו היסטוגרמה $k_i$, בעצם שואלים מה ההערך המתאים $j$ כך ש$k'_j=k_i$ (כאשר $k'$ היא ההיסטוגרמה האידיאלית)

אנחנו מחשבים לא היסטוגרמה מול היסטוגרמה אלא היסטוגרמה צבורה מול היסטוגרמה צבורה.

$$k'=\left\lceil\frac{\sum\limits_{i=1}^{k}P_i}{\frac{m\cdot n}{\#levels}}-1\right\rceil$$

זאת גישה אחרת לפתח - בשורה התחתונה היא אמורה לתת אותה תוצאה.