

### תורת הקבוצות - תרגיל בית 3

8 בנובמבר 2015

1. הוכיחו:  $\alpha$  טבעי  $\iff s(\alpha)$  טבעי.
2. א. הוכיחו ש  $\omega$  סודר.  
ב. הוכיחו ש  $\omega$  הוא הסודר הגבולי הקטן ביותר שאינו  $\emptyset$ .
3. הוכיחו שאם  $A \subseteq B$  קבוצות סדורות היטב אז  $type(A) \leq type(B)$ .  
תנו דוגמא לקבוצה  $A \subset B$  כך ש  $type(A) = type(B)$ .
4. יהי  $\alpha$  סודר אינסופי.  
הוכיחו שלכל  $n$  טבעי  $n + \alpha = \alpha$ .
5. הוכיחו שאם  $\beta$  עוקב אז  $\alpha + \beta$  עוקב (לכל  $\alpha$ ).
6. הוכיחו/ הפריכו: אם  $\alpha$  גבולי, אז  $\alpha + \beta = \sup\{\gamma + \beta \mid \gamma < \alpha\}$   
בונוס: הוכיחו את "קש"ב לסודרים": יהיו  $A$  ו  $B$  סדורות היטב, ונניח שיש  $f : A \rightarrow B$  שומרת סדר, ו  $g : B \rightarrow A$  שומרת סדר, אז יש  $h : A \rightarrow B$  איזומורפיזם סדר