משפט אבל: יהא $\sum_{k=1}^{\infty} b_k(x)$ טור פונקציות המתכנס במ"ש בקטע I ותהא $a_k(x)$ סדרת פונקציות מונוטונית וחסומה במשותף ב- I. אז גם הטור $\sum_{k=1}^{\infty} a_k(x) b_k(x)$ מתכנס במ"ש ב- I.

הוכחה: מסתמכת על טענת סכימה (בדידה) בחלקים – המקבילה לאינטגרציה בחלקים.

טענה: $\sum_{k=n}^{n+m} a_k b_k = \sum_{k=n+1}^{n+m} (S_n - S_k)(a_{k+1} - a_k) + (S_n - S_m) a_1$ באשר S_n היא הסס"ח של b_k.

ניישם את הטענה הזו על טור הפונקציות כדי להוכיח את קריטריון קושי:

$$\left|\sum_{k=n}^{n+m} a_k(x) b_k(x)\right| = \left|\sum_{k=n}^{n+m-1} (S_n(x) - S_k(x))(a_{k+1}(x) - a_k(x)) + (S_n(x) - S_m(x)) a_1(x)\right|$$

$$\leq \sum_{k=n}^{n+m-1} |S_n(x) - S_k(x)| \cdot |a_{k+1}(x) - a_k(x)| + |S_n(x) - S_m(x)||a_1(x)|$$

יהא $\varepsilon > 0$. הסדרה $S_n(x)$ מתכנסת במידה שווה ב- I ולכן עפ"י קריטריון קושי עבור n_0 מספיק גדול:

$$\forall k, n > n_0, x \in I : \ |S_n(x) - S_k(x)| < \frac{\varepsilon}{3A}, \ |S_n(x) - S_m(x)| < \frac{\varepsilon}{3A}.$$

מכאן ש:

$$\forall n > n_0, x \in I : \left|\sum_{k=n}^{n+m} a_k(x) b_k(x)\right| \leq \frac{\varepsilon}{3A}\left[\sum_{k=n+1}^{n+m} |a_{k+1}(x) - a_k(x)| + |a_1(x)|\right]$$

כעת נניח בלי הגבלת הכלליות כי $a_k(x)$ מונוטונית <u>עולה</u>, אזי ההפרש $a_{k+1}(x) - a_k(x)$ הוא חיובי לכל $x \in I$ וניתן פשוט להשיל את הערך המוחלט ולקבל טור טלסקופי. מכאן ש:

$$\forall n > n_0, x \in I : \left|\sum_{k=n}^{n+m} a_k(x) b_k(x)\right| \leq \frac{\varepsilon}{3A}\left[a_n(x) - a_{n+m-1}(x) + a_1(x)\right] \leq \frac{\varepsilon}{3A} \cdot 3A = \varepsilon$$