

תרגיל 7 בקורס מתמטיקה בדידה

1. בהנתן אלפבית בעל 22 אותיות שונות, (האלפבית העברי) בכמה דרכים ניתן לבחור:
 - (א) מילה באורך 11.
 - (ב) מילה באורך 11 המכילה את האות א'.
 - (ג) מילה באורך 7 או מילה באורך 8.
 - (ד) לכל ערך של $k \in \mathbb{N}$, מילה שאורכה קטן מ k .

2. נתונה חפיסת קלפים רגילה (בת 52 קלפים). בכמה דרכים שונות ניתן לבחור מן החפיסה 5 קלפים כך ש:
 - (א) בחרנו ארבעה מלכים?
 - (ב) בחרנו שני מלכים ולפחות שתי מלכות?
 - (ג) בחרנו בדיוק שני מלכים, שתי מלכות ואס אחד?
 - (ד) בכמה אופנים ניתן לבחור שני זוגות שונים (זוג הינם שני קלפים בעלי אותו המספר או התמונה, למשל שני נסיכים) וקלף חמישי השונה במספרו מהקלפים בזוגות?
 - (ה) בכמה אופנים ניתן לבחור רצף של חמישה קלפים עוקבים מאותו צורה (מבין $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$), כאשר אס יכול לבוא לפני 2 או אחרי מלך, אך "מלך, אס, 2" לא נחשב רצף של קלפים עוקבים.

3. כמה מילים בנות 9 אותיות, שבהן a, b מופיעות 3 פעמים כל אחת, ניתן לרשום ע"י שימוש באותיות a, b, c, d, e . בכמה מהן האותיות c, d סמוכות?

4. בכמה דרכים ניתן להגיע מראשית הצירים לנקודה (m, n) ברביע הראשון, כאשר בכל שלב ניתן להתקדם צעד אחד מזרחה או צעד אחד צפונה?

5. בכיתה מסויימת לומדים 7 בנים ו 3 בנות. בכמה דרכים ניתן לסדרם בשורה כך ש:
 - (א) כל הבנות סמוכות. (אין בנים ביניהן)?
 - (ב) אין בנות סמוכות וגם אין בנות בקצוות?
 - (ג) כיצד תשתנה התשובה ל (א) ול (ב) אם במקום בנים ובנות יהיו לנו 7 כדורים לבנים, ו 3 שחורים?

6. (א) בכמה מהמספרים השלמים בקטע $[3,000, 8,000]$ כל הספרות שונות?
 (ב) בכמה מהמספרים הזוגיים בקטע $[20,000, 30,000]$ כל הספרות שונות?

7. (א) חשבו את מספר המחלקים של 980,000.
 (ב) חשבו את מספר המחלקים המשותפים של 20^{30} ו- 10^{40} .

8. בכמה מהמספרים בעלי 7 ספרות, כל ספרה המופיעה במספר מופיעה לפחות 3 פעמים?