

חשבון אינפי מתקדם

תרגיל 3

דיפרנציאביליות, נגזרות מכוונות, מישור משיק.

1. האם הפונקציות הבאות דיפרנציאביליות בנקודה $(0,0)$?

א. $f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$

ב. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & (x, y) = (0,0) \end{cases}$

ג. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} e^{-\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}} & (x, y, z) \neq (0,0,0) \\ 0 & (x, y, z) = (0,0,0) \end{cases}$

2. תהי

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy^2}{x^2 + y^4} & (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

א. האם $f(x, y)$ רציפה בנקודה $(0,0)$?

ב. האם לכל ווקטור \vec{h} כך ש $\|\vec{h}\|=1$ קיימת נגזרת מכוונת $\frac{\partial f}{\partial h}(0,0)$?

ג. האם $f(x, y)$ דיפרנציאבילית בנקודה $(0,0)$?

3. חשבו נגזרות של פונקציה $f(x, y)$ בכיוון של וקטור \vec{h} בנקודה a

א. $f(x, y) = x \sin(x + y)$

$$\vec{h} = (-1, 0)$$

$$a = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right)$$

ב. $f(x, y, z) = xy^2z^3$

$$\vec{h} = (4, 3, 0)$$

$$a = (3, 2, 1)$$

4. מצאו משוואה של המישור המשיק למשטח $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ בנקודה $(1, -1, 1)$.

5. מצאו נקודה על המשטח $z = 3x^2 - y^2$ שבה המישור המשיק למשטח מקביל למישור

$$6x + 4y - z = 5$$

תרגילים נוספים:

1. נתונה פונקציה $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$

- א. עבור אילו כיוונים קיימת הנגזרת המכוונת של f ב- $(0,0)$ ועבור אילו כיוונים לא?
 ב. אשר או סתור: f דיפרציאבילית ב- $(0,0)$.

2. מצא את משוואת המישור המשיק למשטח $x + 8y^2 + 27z^2 = 21$ שמקביל למישור $x + 8y + 18z = 1$

3. נתונה הפונקציה: $f(x, y) = y^2 \sqrt{x+4}$
 בנקודה $(0,2)$. עם $\|h\| = 1$ לכל וקטור כיוון $h \in R^2$ מצא נגזרת מכוונת
 מצאו את משוואת המישור המשיק לגרף של f בנקודה $(0,2, f(0,2))$.

בהצלחה !!!