

05.09.17

88-112 אלגברה לינארית 1 – קורס קיץ תשע"ח – מועד א'

מרצים: דר' שמעון ברוקס, דר' אלי מצרי, דר' ארז שיינר
מתרגלים: ניקול בלשוב, עדי בן-צבי, תמר בר-און, עוזי חרוש, מיכאל טויטו, עקיבא מלכה,
פולינה לוצקר
אורך המבחן: 3 שעות.
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
הוראות:

- יש לענות על כל 5 השאלות. סה"כ הניקוד המקסימלי 105 נק' (כל ציון מעל 100 יעוגל ל100).
- יש לענות על דפי הבחינה בלבד. ניתן להשתמש במחברת כטיוטה, אך המחברת לא תיבדק כלל.

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
סה"כ	

חלק א'

1. (12 נק')

- א. יהי V מרחב וקטורי נוצר סופית, ויהי $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ בסיס סדור ל V .
הוכיחו כי לכל $v \in V$ קיימת הצגה יחידה $v = a_1 v_1 + \dots + a_n v_n$ כצירוף לינארי של איברי הבסיס.
- ב. יהיו V, W מרחבים וקטוריים מעל אותו שדה, ותהי $T: V \rightarrow W$ העתקה לינארית.
הוכיחו כי T חח"ע אם ורק אם $\ker T = \{0_V\}$.

דף נוסף לשאלה מספר _____

2. (24 נק') יהיו V, W מרחבים וקטוריים נוצרים סופית מעל אותו שדה, ותהיינה

$T, S: V \rightarrow W$ העתקות לינאריות. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם S הפיכה, ו $T \circ S^{-1}$ חח"ע אזי T הפיכה.

ב. אם T על ו S חח"ע אזי T הפיכה.

ג. אם $\ker T \subseteq \ker S$ וגם $\text{Im } T \subseteq \text{Im } S$ אזי $T = S$.

ד. אם $\ker T \oplus \ker S = V$ אזי $T + S$ חח"ע.

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____

3. (10 נק') תהינה $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$. נתון כי קיימת מטריצה יחידה C המקיימת

$$A = BC \text{ . הוכיחו או הפריכו: } \text{rank}(B) = k$$

דף נוסף לשאלה מספר _____

4. תהי מטריצה $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \\ -1 & -2 & -5 \end{pmatrix}$.

נגדיר $U = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid Av = -v\}$, $W = \left\{ \begin{pmatrix} a+b \\ -b \\ a-b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$.

- א. (5 נק') הוכיחו כי U, W תתי מרחב של \mathbb{R}^3 .
- ב. (10 נק') מצאו בסיסים ומימדים ל U, W .
- ג. (7 נק') מצאו בסיסים ומימדים ל $U+W, U \cap W$.
- ד. (7 נק') מצאו מטריצה B עבורה $ABA = I$ (אין קשר לסעיפים האחרים).

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____

5. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 0 \\ 1+a^2 & 0 & a-1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

א. (3 נק') חשבו את $|A|$.

ב. (8 נק') מצאו את A^{-1} .

ג. (8 נק') מצאו את כל ערכי a עבורם $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ היא עמודה של A^{-1} .

ד. (3 נק') מצאו את כל ערכי a עבורם $A + I$ אינה הפיכה.

ה. (8 נק') מצאו את כל ערכי a עבורם $A^{-1} + I$ אינה הפיכה.

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____

דף נוסף לשאלה מספר _____